

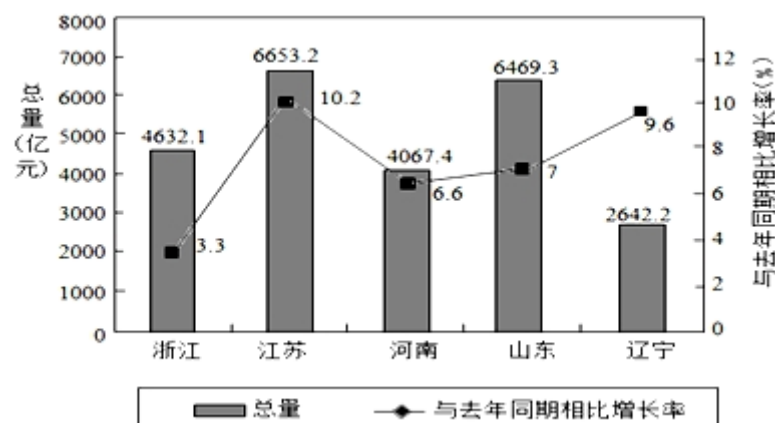
2023-2024 学年广东省汕头市潮阳第一中学招生全国统一考试考试说明跟踪卷（二）数学试题

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

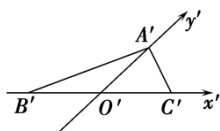
1. 如图是 2017 年第一季度五省 GDP 情况图，则下列陈述中不正确的是（ ）



- A. 2017 年第一季度 GDP 增速由高到低排位第 5 的是浙江省。
- B. 与去年同期相比，2017 年第一季度的 GDP 总量实现了增长。
- C. 2017 年第一季度 GDP 总量和增速由高到低排位均居同一位的省只有 1 个
- D. 去年同期河南省的 GDP 总量不超过 4000 亿元。

2. 已知水平放置的 $\triangle ABC$ 是按“斜二测画法”得到如图所示的直观图，其中 $B'O' = C'O' = 1$, $A'O' = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，那么原 $\triangle ABC$

的面积是（ ）



- A. $\sqrt{3}$
- B. $2\sqrt{2}$
- C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

3. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F ，直线 l 经过点 F 且与双曲线的一条渐近线垂直，直线 l 与双曲线的左支交于不同的两点 A, B ，若 $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB}$ ，则该双曲线的离心率为（ ）。

- A. $\frac{\sqrt{10}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

4. 已知集合 $A=\{0, 1\}$, $B=\{0, 1, 2\}$, 则满足 $A \cup C=B$ 的集合 C 的个数为 ()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

5. 设直线 l 的方程为 $x-2y+m=0(m \in \mathbf{R})$, 圆的方程为 $(x-1)^2+(y-1)^2=25$, 若直线 l 被圆所截得的弦长为 $2\sqrt{5}$, 则实数 m 的取值为

- A. -9 或 11 B. -7 或 11 C. -7 D. -9

6. 若各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_3=3a_1+2a_2$, 则公比 $q=$ ()

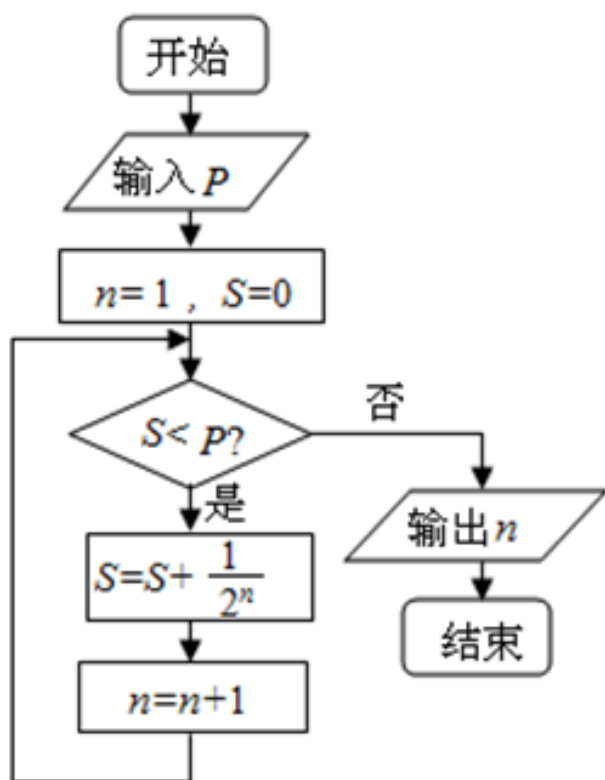
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 $P(x_1, y_1)$, $Q(-x_1, -y_1)$ 在椭圆 C 上, 其

中 $x_1 > 0, y_1 > 0$, 若 $|PQ|=2|OF_2|$, $\left| \frac{QF_1}{PF_1} \right| \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则椭圆 C 的离心率的取值范围为 ()

- A. $\left[0, \frac{\sqrt{6}-1}{2} \right)$ B. $(0, \sqrt{6}-2]$
C. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{3}-1 \right]$ D. $(0, \sqrt{3}-1]$

8. 执行如图所示的程序框图后, 输出的值为 5, 则 P 的取值范围是 () .



- A. $\left(\frac{3}{4}, \frac{7}{8}\right]$ B. $\left(\frac{5}{6}, \frac{9}{10}\right]$ C. $\left(\frac{7}{8}, \frac{15}{16}\right]$ D. $\left(\frac{15}{16}, \frac{31}{32}\right]$

9. 若 $a = \log_4 15.9$, $b = 2^{1.01}$, $c = 0.4^{0.1}$, 则 ()

- A. $c > a > b$ B. $a > b > c$
C. $b > a > c$ D. $a > c > b$

10. 已知集合 $A = \{x | y = \lg(4 - x^2)\}$, $B = \{y | y = 3^x, x > 0\}$ 时, $A \cap B =$ ()

- A. $\{x | x > -2\}$ B. $\{x | 1 < x < 2\}$ C. $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$ D. $\emptyset$

11. 已知集合 $M = \{x | x^2 = 1\}$. N 为自然数集, 则下列表示不正确的是 ()

- A. $1 \in M$ B. $M = \{-1, 1\}$ C. $\emptyset \subseteq M$ D. $M \subseteq N$

12. 设曲线 $y = a(x-1) - \ln x$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线方程为 $y = 3x - 3$, 则 $a =$ ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

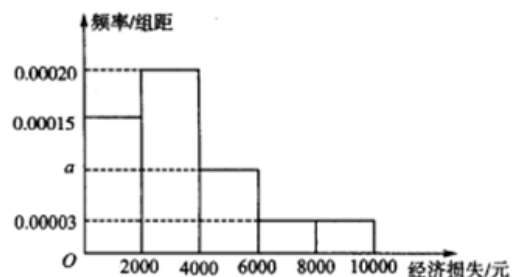
13. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 9$, $\frac{S_9}{9} - \frac{S_5}{5} = -4$, 则 $a_n =$ _____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , S 为 $\triangle ABC$ 的面积, 若 $c = 2a \cos B$, $S = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{4}c^2$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为_____, C 的大小为_____.

15. 设函数 $f(x) = \ln x + \ln(2-x) + ax (a > 0)$, 若 $f(x)$ 在 $(0, 1]$ 上的最大值为 $\frac{1}{2}$, 则 $a =$ _____.

16. 由于受到网络电商的冲击, 某品牌的洗衣机在线下的销售受到影响, 承受了一定的经济损失, 现将 A 地区 200 家实体店该品牌洗衣机的月经济损失统计如图所示, 估算月经济损失的平均数为 m , 中位数为 n , 则

$m - n =$ _____.



三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, 数列 $\{b_n\}$ 为等差数列, 且 $b_1 = a_1 = 1$, $b_3 = a_3 + 1$, $b_5 = a_5 - 7$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{a_n b_n\}$ 的前 n 项和 A_n ;

(3) 设 S_n 为数列 $\{a_n^2\}$ 的前 n 项和, 若对于任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 有 $S_n + \frac{1}{3} = t \cdot 2^{b_n}$, 求实数 t 的值.

18. (12 分) 小丽在同一城市开的 2 家店铺各有 2 名员工. 节假日期间的某一天, 每名员工休假的概率都是 $\frac{1}{2}$, 且是否休假互不影响, 若一家店铺的员工全部休假, 而另一家无人休假, 则调剂 1 人到该店维持营业, 否则该店就停业.

(1) 求发生调剂现象的概率;

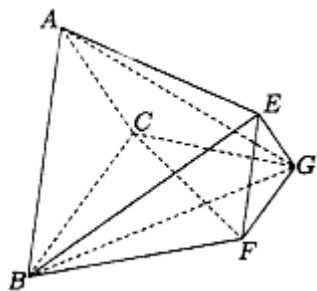
(2) 设营业店铺数为 X , 求 X 的分布列和数学期望.

19. (12 分) 已知函数 $g(x) = \ln x - mx - 1$.

(1) 讨论 $g(x)$ 的单调性;

(2) 若函数 $f(x) = xg(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上存在两个极值点 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$, 证明 $\ln x_1 + \ln x_2 > 2$.

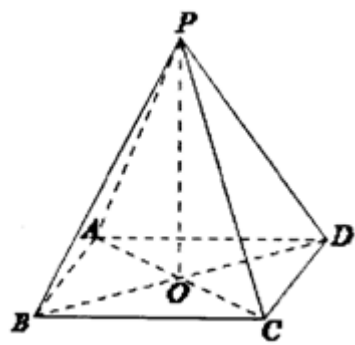
20. (12 分) 如图, 三棱台 $ABC - EFG$ 的底面是正三角形, 平面 $ABC \perp$ 平面 $BCGF$, $CB = 2GF$, $BF = CF$.



(1) 求证: $AB \perp CG$;

(2) 若 $BC = CF$ ，求直线 AE 与平面 BEG 所成角的正弦值.

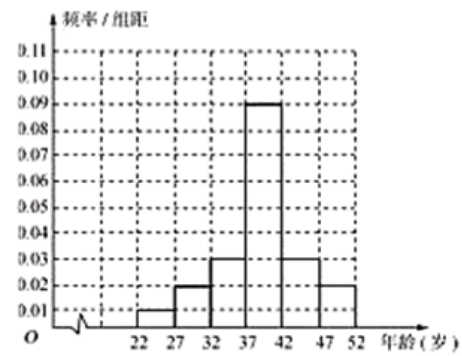
21. (12 分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形，四条侧棱长均相等.



- (1) 求证: $AB \perp$ 平面 PCD ;
- (2) 求证: 平面 $PAC \perp$ 平面 $ABCD$.

22. (10 分) 武汉有“九省通衢”之称，也称为“江城”，是国家历史文化名城.其中著名的景点有黄鹤楼、户部巷、东湖风景区等等.

(1) 为了解五一”劳动节当日江城某旅游景点游客年龄的分布情况，从年龄在 22 岁到 52 岁的游客中随机抽取了 1000 人，制成了如图的频率分布直方图：



现从年龄在 $[42, 52]$ 内的游客中，采用分层抽样的方法抽取 10 人，再从抽取的 10 人中随机抽取 4 人，记 4 人中年龄在 $[47, 52]$ 内的人数为 ξ ，求 $P(\xi = 3)$ ；

(2) 为了给游客提供更舒适的旅游体验，该旅游景点游船中心计划在 2020 年劳动节当日投入至少 1 艘至多 3 艘 A 型游船供游客乘坐观光.由 2010 到 2019 这 10 年间的的历史数据资料显示每年劳动节当日客流量 X （单位：万人）都大于 1.将每年劳动节当日客流量数据分成 3 个区间整理得表：

劳动节当日客流量 X	$1 < X < 3$	$3 \leq X \leq 5$	$X > 5$
频数（年）	2	4	4

以这 10 年的数据资料记录的 3 个区间客流量的频率作为每年客流量在该区间段发生的概率，且每年劳动节当日客流量相互独立.

该游船中心希望投入的 A 型游船尽可能被充分利用，但每年劳动节当日 A 型游船最多使用量（单位：艘）要受当日客流量 X （单位：万人）的影响，其关联关系如下表：

劳动节当日客流量 X	$1 < X < 3$	$3 \leq X \leq 5$	$X > 5$
A 型游船最多使用量	1	2	3

若某艘 A 型游船在劳动节当日被投入且被使用，则游船中心当日可获得利润 3 万元；若某艘 A 型游船劳动节当日被投入却不被使用，则游船中心当日亏损 0.5 万元.记 Y （单位：万元）表示该游船中心在劳动节当日获得的总利润， Y 的数学期望越大游船中心在劳动节当日获得的总利润越大，问该游船中心在 2020 年劳动节当日应投入多少艘 A 型游船才能使其当日获得的总利润最大？

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

利用图表中的数据进行分析即可求解.

【详解】

对于 A 选项：2017 年第一季度 5 省的 GDP 增速由高到低排位分别是：江苏、辽宁、山东、河南、浙江，故 A 正确；
 对于 B 选项：与去年同期相比，2017 年第一季度 5 省的 GDP 均有不同的增长，所以其总量也实现了增长，故 B 正确；
 对于 C 选项：2017 年第一季度 GDP 总量由高到低排位分别是：江苏、山东、浙江、河南、辽宁，2017 年第一季度 5 省的 GDP 增速由高到低排位分别是：江苏、辽宁、山东、河南、浙江，均居同一位的省有 2 个，故 C 错误；
 对于 D 选项：去年同期河南省的 GDP 总量 $4067.4 \times \frac{1}{1+6.6\%} \approx 3815.57 < 4000$ ，故 D 正确.

故选：C.

【点睛】

本题考查了图表分析，学生的分析能力，推理能力，属于基础题.

2、A

【解析】

先根据已知求出原 $\triangle ABC$ 的高为 $AO=\sqrt{3}$ ，再求原 $\triangle ABC$ 的面积.

【详解】

由题图可知原 $\triangle ABC$ 的高为 $AO=\sqrt{3}$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times OA = \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}, \text{ 故答案为 A}$$

【点睛】

本题主要考查斜二测画法的定义和三角形面积的计算，意在考察学生对这些知识的掌握水平和分析推理能力.

3、A

【解析】

直线 l 的方程为 $x = \frac{b}{a}y - c$ ，令 $a=1$ 和双曲线方程联立，再由 $\overline{AF} = 2\overline{FB}$ 得到两交点坐标纵坐标关系进行求解即可.

【详解】

由题意可知直线 l 的方程为 $x = \frac{b}{a}y - c$ ，不妨设 $a=1$.

则 $x = by - c$ ，且 $b^2 = c^2 - 1$

将 $x = by - c$ 代入双曲线方程 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 中，得到 $(b^4 - 1)y^2 - 2b^3cy + b^4 = 0$

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

$$\text{则 } y_1 + y_2 = \frac{2b^3c}{b^4 - 1}, y_1 \cdot y_2 = \frac{b^4}{b^4 - 1}$$

$$\text{由 } \overline{AF} = 2\overline{FB}, \text{ 可得 } y_1 = -2y_2, \text{ 故 } \begin{cases} -y_2 = \frac{2b^3c}{b^4 - 1} \\ -2y_2^2 = \frac{b^4}{b^4 - 1} \end{cases}$$

$$\text{则 } 8b^2c^2 = 1 - b^4, \text{ 解得 } b^2 = \frac{1}{9}$$

$$\text{则 } c = \sqrt{b^2 + 1} = \frac{\sqrt{10}}{3}$$

$$\text{所以双曲线离心率 } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{10}}{3}$$

故选：A

【点睛】

此题考查双曲线和直线相交问题，联立直线和双曲线方程得到两交点坐标关系和已知条件即可求解，属于一般性题目。

4、A

【解析】

由 $A \cup C = B$ 可确定集合 C 中元素一定有的元素，然后列出满足题意的情况，得到答案。

【详解】

由 $A \cup C = B$ 可知集合 C 中一定有元素 2，所以符合要求的集合 C 有 $\{2\}, \{2, 0\}, \{2, 1\}, \{2, 0, 1\}$ ，共 4 种情况，所以选 A 项。

【点睛】

考查集合并集运算，属于简单题。

5、A

【解析】

圆 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$ 的圆心坐标为 $(1, 1)$ ，该圆心到直线 l 的距离 $d = \frac{|m-1|}{\sqrt{5}}$ ，结合弦长公式得

$2\sqrt{25 - \left(\frac{|m-1|}{\sqrt{5}}\right)^2} = 2\sqrt{5}$ ，解得 $m = -9$ 或 $m = 11$ ，故选 A。

6、C

【解析】

由正项等比数列满足 $a_3 = 3a_1 + 2a_2$ ，即 $a_1q^2 = 3a_1 + 2a_1q$ ，又 $a_1 \neq 0$ ，即 $q^2 - 2q - 3 = 0$ ，运算即可得解。

【详解】

解：因为 $a_3 = 3a_1 + 2a_2$ ，所以 $a_1q^2 = 3a_1 + 2a_1q$ ，又 $a_1 \neq 0$ ，所以 $q^2 - 2q - 3 = 0$ ，

又 $q > 0$ ，解得 $q = 3$ 。

故选：C。

【点睛】

本题考查了等比数列基本量的求法，属基础题。

7、C

【解析】

根据 $|PQ| = 2|OF_2|$ 可得四边形 PF_1QF_2 为矩形，设 $PF_1 = n$ ， $PF_2 = m$ ，根据椭圆的定义以及勾股定理可得

$\frac{4c^2}{2(a^2 - c^2)} = \frac{m}{n} + \frac{n}{m}$ ，再分析 $t = \frac{m}{n} + \frac{n}{m}$ 的取值范围，进而求得 $2 < \frac{4c^2}{2(a^2 - c^2)} \leq \frac{4\sqrt{3}}{3}$ 再求离心率的范围即可。

【详解】

设 $PF_1 = n, PF_2 = m$, 由 $x_1 > 0, y_1 > 0$, 知 $m < n$,

因为 $P(x_1, y_1), Q(-x_1, -y_1)$ 在椭圆 C 上, $|PQ| = 2|OP| = 2|OF_2|$,

所以四边形 PF_1QF_2 为矩形, $QF_1 = PF_2$;

由 $\frac{|QF_1|}{|PF_1|} \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$, 可得 $\frac{\sqrt{3}}{3} \leq \frac{m}{n} < 1$,

由椭圆的定义可得 $m + n = 2a, m^2 + n^2 = 4c^2$ ①,

平方相减可得 $mn = 2(a^2 - c^2)$ ②,

由①②得 $\frac{4c^2}{2(a^2 - c^2)} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = \frac{m}{n} + \frac{n}{m}$;

令 $t = \frac{m}{n} + \frac{n}{m}$,

令 $v = \frac{m}{n} \in \left[\frac{\sqrt{3}}{3}, 1 \right)$,

所以 $t = v + \frac{1}{v} \in \left(2, \frac{4\sqrt{3}}{3} \right]$,

即 $2 < \frac{4c^2}{2(a^2 - c^2)} \leq \frac{4\sqrt{3}}{3}$,

所以 $a^2 - c^2 < c^2 \leq \frac{2\sqrt{3}}{3}(a^2 - c^2)$,

所以 $1 - e^2 < e^2 \leq \frac{2\sqrt{3}}{3}(1 - e^2)$,

所以 $\frac{1}{2} < e^2 \leq 4 - 2\sqrt{3}$,

解得 $\frac{\sqrt{2}}{2} < e \leq \sqrt{3} - 1$.

故选: C

【点睛】

本题主要考查了椭圆的定义运用以及构造齐次式求椭圆的离心率的问题, 属于中档题.

8、C

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/986112004040010232>