吉林市普通高中 2024-2025 学年度高二年级上学期期中调研测试

数学试卷

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求．

1. 直线 $l:\sqrt{3}x-y+2=0$ 的倾斜角为（　　）

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 90°

2. 圆 $C_1:x^2+y^2=4$ 与圆 $C_2:x^2+y^2-2x=0$ 的位置关系为（　　）

A. 相离　　B. 外切　　C. 相交　　D. 内切

3. 若直线 $l_1:x+ay-1=0$ 与直线 $l_2:(1+a)x+2y+1=0$ 平行，则实数 $a=$（　　）

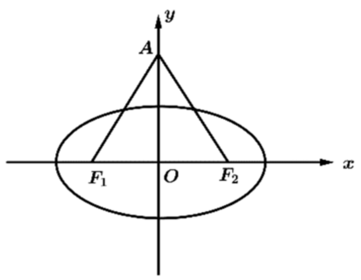
A. -2　　B. 1　　C. -2 或 1　　D. $-\dfrac{1}{3}$

4. 若 $\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$ 构成空间的一个基底，则下列向量不共面的是（　　）

A. $\vec{a},\vec{b},\vec{a}+\vec{b}$　　B. $\vec{a},\vec{b},2\vec{a}-3\vec{b}$

C. $\vec{c}+\vec{b},\vec{c}-\vec{b},\vec{a}$　　D. $\vec{c}+\vec{b},\vec{a}+\vec{b}+\vec{c},\vec{a}$

5. 如图，椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的两个焦点分别为 F_1,F_2，以线段 F_1F_2 为边作等边三角形 AF_1F_2，若该椭圆恰好平分 $\triangle AF_1F_2$ 的另两边 AF_1,AF_2，则椭圆的离心率为（　　）



A. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$　　B. $\sqrt{3}-1$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$

6. 一条光线从点 $A(-2,3)$ 射出，经 x 轴反射后，与圆 $C:(x-3)^2+(y-2)^2=1$ 相切，则反射后光线所在直线的斜率为（　　）

A. $\dfrac{4}{3}$ 或 $\dfrac{3}{4}$　　B. $\dfrac{5}{4}$ 或 $\dfrac{4}{5}$　　C. $\dfrac{3}{2}$ 或 $\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{5}{3}$ 或 $\dfrac{3}{5}$

7. 已知动点 P 在椭圆 $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{27}=1$ 上，若点 $A(3,0)$，点 M 满足 $|AM|=1$，且 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{AM}=0$，则 $|PM|$ 的最小值为（　　）

A. $3\sqrt{3}$　　B. 3　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{7}$

8. 如图 1, 平面四边形 $ABCD$ 中, $AC\perp BD$, 垂足为 $O, OA=OB=1, OC=OD=2$, 如图 2, 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折至 $\triangle PBD$, 使得平面 $PBD\perp$ 平面 BCD, 若点 E 为线段 BD 上的动点, 则点 E 到直线 PC 距离的最小值为（　　）

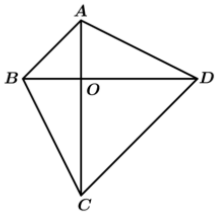


图1

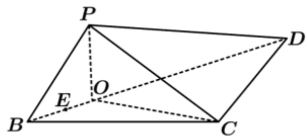


图2

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

二、多项选择题：本大题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分．在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分．

9. 已知椭圆 $C:\frac{y^2}{36}+\frac{x^2}{4}=1$, 下列结论正确的是（　　）

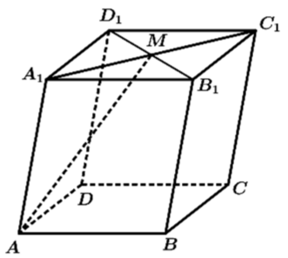
A. 椭圆 C 的长轴长是 12

B. 椭圆 C 的短半轴长是 4

C. 经过椭圆 C 焦点的最短弦长是 $\frac{4}{3}$

D. 椭圆 C 的焦点坐标分别是 $F_1(0,2), F_2(0,-2)$

10. 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=AD=AA_1=2$, $\angle BAD=\angle A_1AB=\angle A_1AD=60^\circ$, A_1C_1 与 B_1D_1 的交点为 M, 设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}, \overrightarrow{AD}=\vec{b}, \overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$, 则（　　）



A. $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$　　B. $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{c}$

C. $\left|\overrightarrow{AM}\right|=\sqrt{11}$　　D. $\cos<\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}>=\frac{5\sqrt{11}}{22}$

11. 平面内与两定点距离之积为定值的点的轨迹叫做卡西尼卵形线, 它的发现为人类研究土星运行轨迹提供莫大帮助．已知平面内有一卵形线 $E:\sqrt{(x+2)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x-2)^2+y^2}=5$, 则（　　）

A. 曲线 E 过原点

B. 曲线E既是中心对称图形又是轴对称图形

C. 曲线E上点的横坐标的取值范围是$\left[-3,3\right]$

D. 曲线E上任意一点到原点距离的取值范围是$\left[1,3\right]$

三、填空题：本大题共3小题,每小题5分,共15分．其中第14题的第一个空填对得2分,第二个空填对得3分．

12. 点$P\left(-1,2\right)$到直线$l:4x-3y+5=0$的距离为______.

13. 由直线$y=x+1$上的一点P向圆$C:\left(x-3\right)^2+y^2=1$引切线,切点分别为$A,B$,则四边形$PACB$面积的最小值为_____.

14. 在空间直角坐标系中,过点$P\left(x_0,y_0,z_0\right)$且一个方向向量为$\vec{n}=\left(\mu,v,\omega\right)\left(\mu v\omega\neq 0\right)$的直线方程为$\dfrac{x-x_0}{\mu}=\dfrac{y-y_0}{v}=\dfrac{z-z_0}{\omega}$,过点$P\left(x_0,y_0,z_0\right)$且一个法向量为$\vec{m}=\left(A,B,C\right)$的平面方程为$A\left(x-x_0\right)+B\left(y-y_0\right)+C\left(z-z_0\right)=0$．现已知直线$l$的方程为$6x-6=3y=2z+2$,则直线$l$的一个方向向量$\vec{n}=$__________,若平面$\alpha$经过点$M\left(3,3,1\right)$且同时垂直于平面$x-3y-2z+7=0$与平面$2x+y+3z-1=0$,则直线$l$到平面$\alpha$的距离为__________.

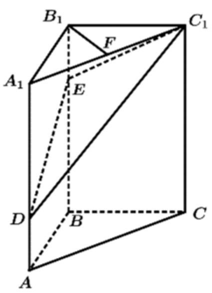
四、解答题：本大题共5小题,共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15. 已知圆C经过点$A\left(-1,1\right),B\left(2,2\right)$,且圆心在直线$x+y+1=0$上.

（1）求圆C的标准方程.

（2）若直线$2x+y-6=0$与圆C的交点为M,N,求$\left|MN\right|$.

16. 如图,在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中,$BB_1\perp$平面$ABC,AB\perp BC,AB=BC=2,BB_1=4$,点$D,E$分别在棱$AA_1$和棱$BB_1$上,且$AD=1,BE=3,F$为棱$A_1C_1$的中点.



（1）求证：$B_1F\perp C_1D$.

（2）求平面C_1ED与平面B_1BCC_1夹角的余弦值.

17. 已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的离心率$e=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,点$P\left(\sqrt{3},\dfrac{1}{2}\right)$在椭圆$C$上.

（1）求椭圆C的标准方程.

（2）直线$l: y=x+m$与椭圆C的交点为A,B, 点O为坐标原点, 且$\vee AOB$的面积为$\frac{4}{5}$, 求直线l的方程.

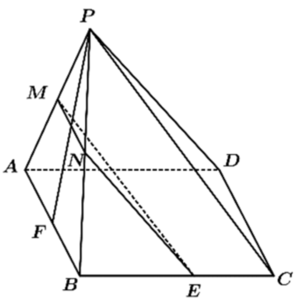
18. 已知点$N\left(\sqrt{3},0\right)$, 点P是圆$M:(x+\sqrt{3})^2+y^2=16$上任意一点, 线段PN的垂直平分线l_1与半径PM的交点为Q, 记点Q的轨迹是曲线W, 设经过点$D\left(1,0\right)$的直线l与曲线W的交点为A,B.

（1）求曲线W的方程.

（2）求$\left|DA\right|\cdot\left|DB\right|$的取值范围.

（3）已知点$C\left(4,0\right)$, 若直线AC与直线BC的斜率分别为k_1,k_2, 求k_1+k_2的值.

19. 如图, 在四棱锥$P-ABCD$中, 底面$ABCD$为菱形, $\left|PA\right|=\left|PB\right|=\left|AB\right|=4,\left|PD\right|=2\sqrt{6}$, $\angle DAB=60°$, 且$\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BC}\left(0\le\lambda\le1\right),M,N,F$分别为$PA,PB,AB$的中点.



（1）求证：$PF\perp$平面$ABCD$.

（2）若平面MNE与平面$ABCD$的夹角的余弦值为$\frac{\sqrt{10}}{10}$, 求直线PC与平面MNE所成角的正弦值.

（3）在平面PCD内是否存在点H, 满足$\overrightarrow{HP}\cdot\overrightarrow{HB}=0$？若存在, 请求出点$H$的轨迹长度, 若不存在, 请说明理由.

吉林市普通高中2024-2025学年度高二年级上学期期中调研测试

数学试卷

一、单项选择题：本大题共8小题, 每小题5分, 共40分．在每小题给出的四个选项中, 只有一个是符合题目要求．

1. 直线$l:\sqrt{3}x-y+2=0$的倾斜角为（　　）

A. $30°$　　　　B. $45°$　　　　C. $60°$　　　　D. $90°$

【答案】C

【分析】将直线的一般式方程转化为斜截式方程, 得到斜率, 进而求倾斜角.

【详解】由题, 直线方程可化为$y=\sqrt{3}x+2$.

则斜率为$\sqrt{3}$, 所以倾斜角为$60°$.

故选:C.

2. 圆 $C_1: x^2+y^2=4$ 与圆 $C_2: x^2+y^2-2x=0$ 的位置关系为（　　）

A. 相离　　　　B. 外切　　　　C. 相交　　　　D. 内切

【答案】D

【分析】利用几何法求出两圆心间的距离与两个圆的半径比较判断即可.

【详解】因为 $C_1: x^2+y^2=4$, 所以圆心 $C_1(0,0)$, 半径为 $r_1=2$.

圆 $C_2: x^2+y^2-2x=0$, 化为标准方程为：$(x-1)^2+y^2=1$, 所以圆心 $C_2(1,0)$, 半径为 $r_2=1$.

两个圆心间的距离为：$d=1=r_1-r_2$.

所以两圆内切.

故选：D

3. 若直线 $l_1: x+ay-1=0$ 与直线 $l_2:(1+a)x+2y+1=0$ 平行, 则实数 $a=$（　　）

A. -2　　　　B. 1　　　　C. -2 或 1　　　　D. $-\frac{1}{3}$

【答案】B

【分析】根据两条直线平行的充要条件即可求解.

【详解】因为直线 $l_1: x+ay-1=0$ 与直线 $l_2:(1+a)x+2y+1=0$ 平行.

所以 $\begin{cases}1\times 2-a(1+a)=0\\ -1\times 2-1\times a\neq 0\end{cases}$, 解得 $a=1$.

故选：B.

4. 若 $\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$ 构成空间的一个基底, 则下列向量不共面的是（　　）

A. $\vec{a},\vec{b},\vec{a}+\vec{b}$　　　　B. $\vec{a},\vec{b},2\vec{a}-3\vec{b}$

C. $\vec{c}+\vec{b},\vec{c}-\vec{b},\vec{a}$　　　　D. $\vec{c}+\vec{b},\vec{a}+\vec{b}+\vec{c},\vec{a}$

【答案】C

【分析】根据空间向量共面的定义逐项判断即可求解.

【详解】对于 A 选项, 有 $\vec{b}=(\vec{a}+\vec{b})-\vec{a}$, 所以 $\vec{a},\vec{b},\vec{a}+\vec{b}$ 共面.

对于 B 选项, 有 $2\vec{a}-3\vec{b}=2\vec{a}-3\vec{b}$, 所以 $\vec{a},\vec{b},2\vec{a}-3\vec{b}$ 共面.

对于 C 选项, 假设 $\vec{c}+\vec{b},\vec{c}-\vec{b},\vec{a}$ 共面, 则有 $\vec{a}=x(\vec{c}+\vec{b})+y(\vec{c}-\vec{b})$.

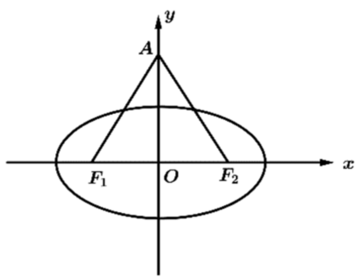
即 $\vec{a}=(x-y)\vec{b}+(x+y)\vec{c}$, 由此有 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ 共面, 与已知条件矛盾.

所以 $\vec{c}+\vec{b},\vec{c}-\vec{b},\vec{a}$ 不共面.

对于 D 选项, $\vec{a}=\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)-\left(\vec{c}+\vec{b}\right)$, 所以 $\vec{c}+\vec{b},\vec{a}+\vec{b}+\vec{c},\vec{a}$ 共面.

故选：C

5. 如图, 椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的两个焦点分别为 F_1,F_2, 以线段 F_1F_2 为边作等边三角形 AF_1F_2, 若该椭圆恰好平分 $\triangle AF_1F_2$ 的另两边 AF_1,AF_2, 则椭圆的离心率为（　　）



A. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$　　　B. $\sqrt{3}-1$　　　C. $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$　　　D. $\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$

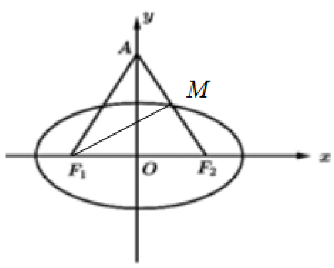
【答案】B

【分析】根据等边三角形的性质和椭圆的定义, 即可求解.

【详解】如图, AF_2 与椭圆交于点 M, 连结 MF_1.

由题意可知, $\triangle AF_1F_2$ 的边长为 $2c$, 点 M 是 AF_2 的中点.

所以 $\left|MF_1\right|=\sqrt{3}c$, $\left|MF_2\right|=c$.



$\left|MF_1\right|+\left|MF_2\right|=\sqrt{3}c+c=2a$, 所以 $\dfrac{c}{a}=\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}=\sqrt{3}-1$.

故选：B

6. 一条光线从点 $A\left(-2,3\right)$ 射出, 经 x 轴反射后, 与圆 $C:(x-3)^2+(y-2)^2=1$ 相切, 则反射后光线所在直线的斜率为（　　）

A. $\dfrac{4}{3}$ 或 $\dfrac{3}{4}$　　　B. $\dfrac{5}{4}$ 或 $\dfrac{4}{5}$　　　C. $\dfrac{3}{2}$ 或 $\dfrac{2}{3}$　　　D. $\dfrac{5}{3}$ 或 $\dfrac{3}{5}$

【答案】A

【分析】求出圆心坐标与半径, 点 $A\left(-2,3\right)$ 关于 x 轴对称点的坐标, 设过对称点与圆相切的反射光线所在直线方程, 利用圆心到直线的距离等于半径即可求出答案.

【详解】圆 $C:(x-3)^2+(y-2)^2=1$ 的圆心坐标为 $(3,2)$, 半径为 1.

点 $(-2,3)$ 关于 x 轴对称点的坐标为 $(-2,-3)$.

根据题意可得, 点 $(-2,-3)$ 在反射光线所在的直线上.

设反射光线所在的直线方程为 $y+3=k(x+2)$, 即 $kx-y+2k-3=0$.

因为反射光线所在直线与圆 $(x-3)^2+(y-2)^2=1$ 相切.

所以 $d=\dfrac{|3k-2+2k-3|}{\sqrt{k^2+1}}=1$, 解得 $k=\dfrac{4}{3}$ 或 $k=\dfrac{3}{4}$.

故选：A.

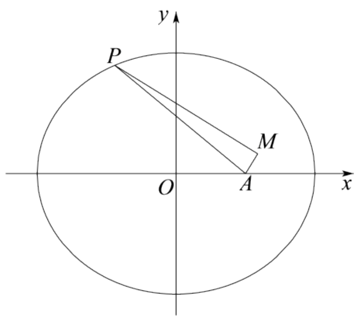
7. 已知动点 P 在椭圆 $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{27}=1$ 上, 若点 $A(3,0)$, 点 M 满足 $|AM|=1$, 且 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{AM}=0$, 则 $|PM|$ 的最小值为（　　）

A. $3\sqrt{3}$　　　　B. 3　　　　C. $2\sqrt{2}$　　　　D. $\sqrt{7}$

【答案】C

【分析】由 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{AM}=0$ 得 $PM\perp AM$, $|PM|=\sqrt{|PA|^2-1}$, 问题转化为求 $|PA|_{\min}$, 结合图象可知当点 P 为椭圆的右顶点时, $|PA|$ 有最小值, 计算 $|PA|_{\min}$, 得到 $|PM|_{\min}$.

【详解】椭圆 $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{27}=1$ 中, $a=6, b=3\sqrt{3}, c=\sqrt{36-27}=3$.



如图, 由 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{AM}=0$ 得 $PM\perp AM$.

$\therefore |PM|=\sqrt{|PA|^2-|AM|^2}=\sqrt{|PA|^2-1}$.

$\therefore$ 当 $|PA|$ 取最小值时, $|PM|$ 最小.

由题意得, 点 A 为椭圆右焦点, 当点 P 为椭圆的右顶点时, $|PA|_{\min}=6-3=3$.

$\therefore |PM|_{\min}=\sqrt{3^2-1}=2\sqrt{2}$.

故选：C.

8. 如图 1, 平面四边形 $ABCD$ 中, $AC\perp BD$, 垂足为 $O, OA=OB=1, OC=OD=2$, 如图 2, 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折至

$\triangle PBD$，使得平面 $PBD\perp$ 平面 BCD，若点 E 为线段 BD 上的动点，则点 E 到直线 PC 距离的最小值为（　　）

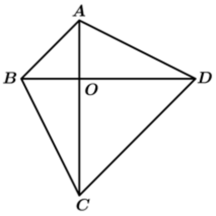


图1

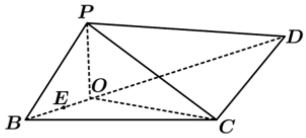


图2

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【答案】D

【分析】根据题意，以点 O 为坐标原点，OB,OC,OP 分别为 x,y,z 轴建立空间直角坐标系，利用向量法求出点 E 到直线 PC 的距离，进而求出最小值.

【详解】因为平面 $PBD\perp$ 平面 BCD，$PO\subset$ 平面 PBD，平面 $PBD\cap$ 平面 $BCD=BD$，$PO\perp BD$.

所以 $PO\perp$ 平面 BCD，$OC\subset$ 平面 BCD，则 $PO\perp OC$，又 $PO\perp OB$，$OB\perp OC$.

以点 O 为坐标原点，OB,OC,OP 分别为 x,y,z 轴建立如图空间直角坐标系，连接 EP.

则 $P(0,0,1)$，$C(0,2,0)$，设 $E(m,0,0)$，$-2\le m\le 1$.

所以 $\overrightarrow{CP}=(0,-2,1)$，$\overrightarrow{EP}=(-m,0,1)$，设 $\overrightarrow{EP}$ 与 $\overrightarrow{CP}$ 的夹角为 α.

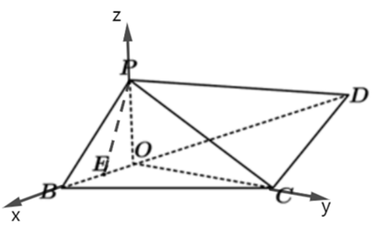
$\therefore \cos\alpha=\frac{\overrightarrow{EP}\cdot\overrightarrow{CP}}{|\overrightarrow{EP}||\overrightarrow{CP}|}=\frac{1}{\sqrt{5}\times\sqrt{m^2+1}}$，则 $\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\sqrt{\frac{5m^2+4}{5(m^2+1)}}$.

所以点 E 到直线 PC 的距离为 $|\overrightarrow{EP}|\cdot\sin\alpha=\sqrt{m^2+1}\times\sqrt{\frac{5m^2+4}{5(m^2+1)}}=\sqrt{\frac{5m^2+4}{5}}$.

由 $-2\le m\le 1$，则 $0\le m^2\le 4$，所以 $\sqrt{\frac{5m^2+4}{5}}\ge\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

所以点 E 到直线 PC 距离的最小值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

故选：D.



二、多项选择题：本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9. 已知椭圆$C:\dfrac{y^2}{36}+\dfrac{x^2}{4}=1$，下列结论正确的是（　　）

A. 椭圆C的长轴长是12

B. 椭圆C的短半轴长是 4

C. 经过椭圆C焦点的最短弦长是$\dfrac{4}{3}$

D. 椭圆C的焦点坐标分别是$F_1\left(0,2\right),F_2\left(0,-2\right)$

【答案】AC

【分析】根据椭圆的几何性质求解判断.

【详解】因为椭圆方程为$\dfrac{y^2}{36}+\dfrac{x^2}{4}=1$，所以$a^2=36$，$b^2=4$，则$c^2=32$.

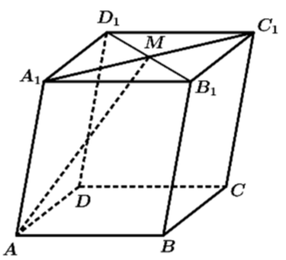
所以椭圆的长轴长为$2a=12$，短轴长为$2b=4$.

经过椭圆焦点的最短弦长为$\dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{4}{3}$，焦点坐标为$\left(0,4\sqrt{2}\right)$，$\left(0,-4\sqrt{2}\right)$.

所以 A 正确, B 错误, C 正确, D 错误.

故选：AC.

10. 如图, 在平行六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中, $AB=AD=AA_1=2$, $\angle BAD=\angle A_1AB=\angle A_1AD=60^\circ$, A_1C_1与B_1D_1的交点为M，设$\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b},\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$，则（　　）



A. $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{2}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$

B. $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{2}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}-\vec{c}$

C. $\left|\overrightarrow{AM}\right|=\sqrt{11}$

D. $\cos<\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}>=\dfrac{5\sqrt{11}}{22}$

【答案】ACD

【分析】由题意可知, $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}=2\times2\times\cos\dfrac{\pi}{3}=2$，再利用空间向量的线性运算和数量积运算逐个判断各个选项即可.

【详解】由题意可知, $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}=2\times2\times\cos\dfrac{\pi}{3}=2$.

对于 A, $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{A_1M}=\overrightarrow{AA_1}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{A_1C_1}=\overrightarrow{AA_1}+\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})=\dfrac{1}{2}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$.

故 A 正确, B 不正确.

对于 C, $\left|\overrightarrow{AM}\right|=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}\vec{a}^2+\frac{1}{4}\vec{b}^2+\vec{c}^2+\frac{1}{2}\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{a}\cdot\vec{c}}=\sqrt{1+1+4+\frac{1}{2}\times 2+2+2}=\sqrt{11}$

故 C 正确;

对于 D, $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AB}=\left(\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}\right)\cdot\vec{a}=\frac{1}{2}\vec{a}^2+\frac{1}{2}\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}=5$

$\cos<\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}>=\frac{\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AM}||\overrightarrow{AB}|}=\frac{5}{2\sqrt{11}}=\frac{5\sqrt{11}}{22}$, 故 D 正确.

故选：ACD.

11. 平面内与两定点距离之积为定值的点的轨迹叫做卡西尼卵形线, 它的发现为人类研究土星运行轨迹提供莫大帮助．已知平面内有一卵形线 $E:\sqrt{(x+2)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x-2)^2+y^2}=5$, 则（　　）

A. 曲线 E 过原点

B. 曲线 E 既是中心对称图形又是轴对称图形

C. 曲线 E 上点的横坐标的取值范围是 $[-3,3]$

D. 曲线 E 上任意一点到原点距离的取值范围是 $[1,3]$

【答案】BCD

【分析】把原点坐标代入曲线 E 方程不成立可得选项 A 错误, 把 $(-x,y)$, $(x,-y)$, $(-x,-y)$ 代入曲线 E 方程成立可得曲线 E 既是中心对称图形又是轴对称图形, 选项 B 正确, 通过不等关系可得 $(x^2-4)^2\le 25$, 计算结果可判断选项 C 正确, 对曲线 E 方程进行变形得 $1\le x^2+y^2\le 9$, 利用点到原点的距离公式可得选项 D 正确.

【详解】A.把 $(0,0)$ 代入 $\sqrt{(x+2)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x-2)^2+y^2}=5$ 不成立, 选项 A 错误.

B.把 $(-x,y)$ 代入 E 得.

$\sqrt{(-x+2)^2+y^2}\cdot\sqrt{(-x-2)^2+y^2}=\sqrt{(x-2)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x+2)^2+y^2}=5$, 曲线 E 关于 y 轴对称.

把 $(x,-y)$ 代入 E 得.

$\sqrt{(x+2)^2+(-y)^2}\cdot\sqrt{(x-2)^2+(-y)^2}=\sqrt{(x+2)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x-2)^2+y^2}=5$, 曲线 E 关于 x 轴对称.

把 $(-x,-y)$ 代入 E 得.

$\sqrt{(-x+2)^2+(-y)^2}\cdot\sqrt{(-x-2)^2+(-y)^2}=\sqrt{(x-2)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x+2)^2+y^2}=5$, 曲线 E 关于原点中心对称.

曲线 E 既是中心对称图形又是轴对称图形, 选项 B 正确.

C. $\because\sqrt{(x+2)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x-2)^2+y^2}=5$, $\therefore\left[(x+2)^2+y^2\right]\cdot\left[(x-2)^2+y^2\right]=25$.

$\because (x+2)^2+y^2\ge(x+2)^2,(x-2)^2+y^2\ge(x-2)^2$, $\therefore (x+2)^2\cdot(x-2)^2\le 25$.

$\therefore (x^2-4)^2\le 25$, $\therefore -5\le x^2-4\le 5$, $\therefore 0\le x^2\le 9$, $\therefore -3\le x\le 3$.

$\therefore$曲线 E 上点的横坐标的取值范围是$\left[-3,3\right]$, 选项 C 正确.

D. 设曲线 E 上任意一点 $P(x,y)$.

$\because \sqrt{(x+2)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x-2)^2+y^2}=5$, $\therefore \left[(x+2)^2+y^2\right]\cdot\left[(x-2)^2+y^2\right]=25$.

$\therefore (x^2+y^2+4x+4)\cdot(x^2+y^2-4x+4)=25$, $\therefore (x^2+y^2+4)^2-16x^2=25$.

$\therefore (x^2+y^2+4)^2=25+16x^2$.

$\because 0\le x^2\le 9$, $\therefore (x^2+y^2+4)^2\in[25,169]$, $\therefore 5\le x^2+y^2+4\le 13$.

$\therefore 1\le x^2+y^2\le 9$, $\therefore OP=\sqrt{x^2+y^2}\in[1,3]$, 选项 D 正确.

故选：BCD.

三、填空题：本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分．其中第 14 题的第一个空填对得 2 分, 第二个空填对得 3 分.

12. 点 $P\left(-1,2\right)$ 到直线 $l:4x-3y+5=0$ 的距离为______.

【答案】1

【分析】运用点到直线距离公式计算即可.

【详解】运用点到直线距离公式,得到 $d=\dfrac{|4\times(-1)-3\times 2+5|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=1$.

故答案为：1.

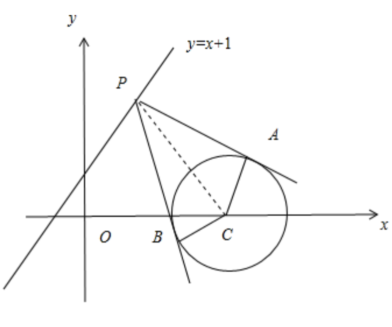
13. 由直线 $y=x+1$ 上的一点 P 向圆 $C:\left(x-3\right)^2+y^2=1$ 引切线,切点分别为 A,B ,则四边形 $PACB$ 面积的最小值为_____.

【答案】$\sqrt{7}$

【分析】

根据切线的性质可确定所求四边形面积为 $2S_{\Delta PAC}=\sqrt{PC^2-1}$,可知当所求面积最小时, $PC\perp l$,利用点到直线距离公式可求得 PC ,进而得到所求面积的最小值.

【详解】



由题意知,圆 C 的圆心 $C\left(3,0\right)$,半径 $r=1$