

# 专题 11 功和功率及动能定理的理解与应用

## 目录

题型一 恒力做功的分析和计算.....	
题型二 变力做功的分析和计算.....	
类型 1 微元法计算变力做功.....	
类型 2 图像法计算变力做功.....	
类型 3 等效转换法求变力做功.....	
类型 4 平均力法求变力做功.....	
类型 5 应用动能定理求变力做功.....	
题型三 功率的分析和计算.....	9
类型 1 功率的分析和计算.....	
类型 2 功率和功综合问题的分析和计算.....	
题型四 机车启动问题.....	13
类型 1 恒定功率启动.....	14
类型 2 恒加速度启动问题.....	
题型五 动能定理的理解.....	17
题型六 动能定理的基本应用.....	
题型七 动能定理与图像的“数形结合”.....	
类型 1 $E_k-x(W-x)$ 图像问题.....	
类型 2 $F-x$ 图像与动能定理的结合.....	
类型 3 其他图像与动能定理的结合.....	
题型八 动能定理在多过程、往复运动问题中的应用.....	
类型 1 运用动能定理解决多过程问题.....	
类型 2 动能定理在往复运动问题中的应用.....	

## 题型一 恒力做功的分析和计算

【解题指导】1. 判断力是否做功及做正、负功的方法

判断根据	适用情况
根据力和位移方向的夹角判断	常用于恒力做功的判断
根据力和瞬时速度方向的夹角判断	常用于质点做曲线运动
根据功能关系或能量守恒定律判断	常用于变力做功的判断

### 2. 计算功的方法

#### (1) 恒力做的功

直接用  $W = Fl\cos\alpha$  计算或用动能定理计算。

#### (2) 合力做的功

方法一：先求合力  $F_{\text{合}}$ ，再用  $W_{\text{合}} = F_{\text{合}} l \cos\alpha$  求功，尤其适用于已知质量  $m$  和加速度  $a$  的情况。

方法二：先求各个力做的功  $W_1$ 、 $W_2$ 、 $W_3$ ...，再应用  $W_{\text{合}} = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$  求合力做的功。

方法三：利用动能定理，合力做的功等于物体动能的变化。

【例 1】(2022 广东惠州一中月考)图甲为一女士站在台阶式自动扶梯上匀速上楼(忽略扶梯对手的作用)，图乙为一男士站在履带式自动扶梯上匀速上楼，两人相对扶梯均静止。下列

关于做功的判断中正确的是( )



- A. 图甲中支持力对人做正功
- B. 图甲中摩擦力对人做负功
- C. 图乙中支持力对人做正功
- D. 图乙中摩擦力对人做负功

**【答案】** A

**【解析】** 题图甲中，人匀速上楼，不受摩擦力，摩擦力不做功，支持力向上，与速度方向的夹角为锐角，则支持力做正功，故 A 正确，B 错误；题图乙中，支持力与速度方向垂直，支持力不做功，摩擦力方向与速度方向相同，做正功，故 C、D 错误。

**【例 2】**(多选)网络上有这样一段视频，一个 6 岁的小女孩，徒手在 8.0s 的时间内，爬上了高 4 m 的门厅立柱顶端。之后保持如图的姿势，从立柱顶端顺着立柱滑到底端。下列判断正确的是( )

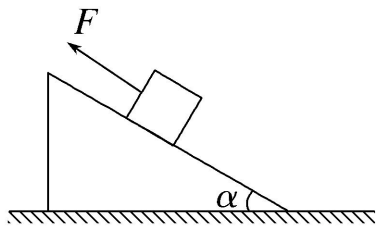


- A. 加速向上时，小女孩受到的摩擦力一定大于其重力
- B. 加速向上时，立柱对小女孩的摩擦力做正功
- C. 在图示位置静止时，小女孩手与立柱间的弹力越大，摩擦力越大
- D. 小女孩加速滑下时，受到的摩擦力一定小于重力

**【答案】** AD

**【解析】** 根据  $F_f - mg = ma$  可知，加速向上时，小女孩受到的摩擦力一定大于其重力，A 正确；加速向上时，立柱对小女孩的摩擦力的作用点没有移动，所以摩擦力不做功，B 错误；在图示位置静止时，小女孩手与立柱间的弹力越大，最大静摩擦力越大，摩擦力等于重力，摩擦力不变，C 错误；根据  $mg - F_f = ma$  可知，小女孩加速滑下时，受到的摩擦力一定小于重力，D 正确。

**【例 3】**(多选)如图所示，一个质量为  $m = 2.0\text{kg}$  的物体放在倾角为  $\alpha = 37^\circ$  的固定斜面上，现用  $F = 30\text{N}$ 、平行于斜面的力拉物体使其由静止开始沿斜面向上运动。已知物体与斜面之间的动摩擦因数  $\mu = 0.50$ ，斜面足够长， $g$  取  $10\text{m/s}^2$ ， $\sin 37^\circ = 0.60$ ， $\cos 37^\circ = 0.80$  物体运动 2 s 后，关于各力做功情况，下列说法正确的是( )

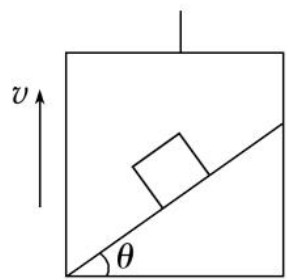


- A. 重力做功为  $-120\text{ J}$
- B. 摩擦力做功为  $-80\text{ J}$
- C. 拉力做功为  $100\text{ J}$
- D. 物体所受的合力做功为  $100\text{ J}$

【答案】 ABD

【解析】 物体在斜面上运动时受到重力、拉力、摩擦力和支持力作用，根据牛顿第二定律得  $a = \frac{F - mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha}{m} = 5.0\text{ m/s}^2$ ，由  $x = \frac{1}{2}at^2$  得，物体在  $2\text{ s}$  内的位移为  $x = \frac{1}{2} \times 5 \times 2^2\text{ m} = 10.0\text{ m}$ ，重力做功  $W_G = -mgx \sin 37^\circ = -120\text{ J}$ ，A 正确；拉力做的功为  $W_F = Fx = 300\text{ J}$ ，C 错误；摩擦力做功为  $W_f = -F_f x = -\mu mg \cos 37^\circ x = -80\text{ J}$ ，B 正确；支持力做功  $W_N = F_N x \cos 90^\circ = 0$ ，合外力做的功  $W = W_F + W_N + W_G + W_f = 100\text{ J}$ ，D 正确。

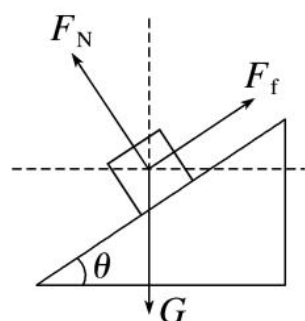
【例 4】 如图所示，升降机内斜面的倾角  $\theta = 30^\circ$ ，质量为  $2\text{ kg}$  的物体置于斜面上始终不发生相对滑动，在升降机以  $5\text{ m/s}$  的速度匀速上升  $4\text{ s}$  的过程中， $g$  取  $10\text{ m/s}^2$ ，求：



- (1) 斜面对物体的支持力所做的功；
- (2) 斜面对物体的摩擦力所做的功；
- (3) 物体重力所做的功；
- (4) 合外力对物体所做的功。

【答案】 (1)  $300\text{ J}$  (2)  $100\text{ J}$  (3)  $-400\text{ J}$  (4)  $0$

【解析】 物体置于升降机内随升降机一起匀速运动过程中，处于受力平衡状态，受力分析如图所示



由平衡条件得  $F_f \cos \theta - F_N \sin \theta = 0$ ， $F_f \sin \theta + F_N \cos \theta - G = 0$

代入数据得  $F_f = 10\text{ N}$ ， $F_N = 10\sqrt{3}\text{ N}$

$x = vt = 20\text{ m}$

(1)斜面对物体的支持力所做的功

$$W_N = F_N x \cos \theta = 300 \text{ J}$$

(2)斜面对物体的摩擦力所做的功

$$W_f = F_f x \cos (90^\circ - \theta) = 100 \text{ J}$$

(3)物体重力做的功  $W_G = Gx \cos 180^\circ = -400 \text{ J}$

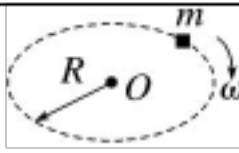
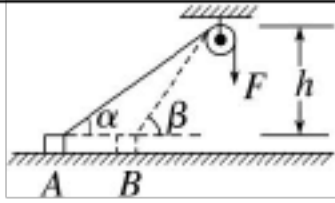
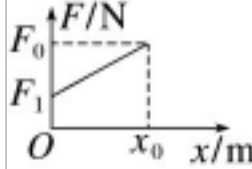
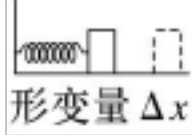
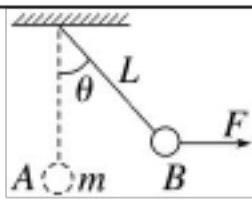
(4)合外力对物体做的功

方法一:  $W_{\text{合}} = W_N + W_f + W_G = 0$

方法二:  $F_{\text{合}} = 0, W_{\text{合}} = F_{\text{合}} x \cos \alpha = 0.$

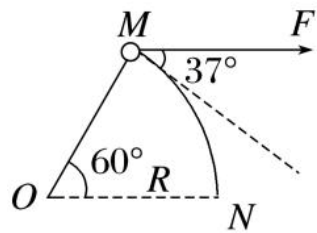
## 题型二 变力做功的分析和计算

【解题指导】求变力做功的五种方法

方法	以例说法
微元法	 <p>质量为 <math>m</math> 的木块在水平面内做圆周运动, 运动一周克服摩擦力做功 <math>W_f = F_f \cdot \Delta x_1 + F_f \cdot \Delta x_2 + F_f \cdot \Delta x_3 + \dots = F_f (\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \dots) = F_f \cdot 2\pi R</math></p>
等效转换法	 <p>恒力 <math>F</math> 把物块从 <math>A</math> 拉到 <math>B</math>, 绳子对物块做功 <math>W = F \cdot \left( \frac{h}{\sin \alpha} - \frac{h}{\sin \beta} \right)</math></p>
图像法	 <p>一水平拉力拉着一物体在水平面上运动的位移为 <math>x_0</math>, 图线与横轴所围面积表示拉力所做的功, <math>W = \frac{F_0 + F_1}{2} x_0</math></p>
平均值法	 <p>当力与位移为线性关系, 力可用平均值 <math>\bar{F} = \frac{F_1 + F_2}{2}</math> 表示, 代入功的公式得 <math>W = \frac{k \Delta x}{2} \cdot x \Delta</math></p>
应用动能定理	 <p>用力 <math>F</math> 把小球从 <math>A</math> 处缓慢拉到 <math>B</math> 处, <math>F</math> 做功为 <math>W_F</math>, 则有: <math>W_F - mgL(1 - \cos \theta) = 0</math>, 得 <math>W_F = mgL(1 - \cos \theta)</math></p>

### 类型 1 微元法计算变力做功

【例 1】水平桌面上，长  $R=5\text{ m}$  的轻绳一端固定于  $O$  点，如图所示(俯视图)，另一端系一质量  $m=2.0\text{ kg}$  的小球，现对小球施加一个大小不变的力  $F=10\text{ N}$ ， $F$  拉着小球从  $M$  点运动到  $N$  点，方向始终与小球的运动方向成  $37^\circ$  角。已知小球与桌面间的动摩擦因数  $\mu=0.2$  不计空气阻力，取  $g=10\text{ m/s}^2$ ， $\sin 37^\circ=0.6$ ， $\cos 37^\circ=0.8$  则拉力  $F$  做的功与小球克服摩擦力做的功之比为( )



- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C. 2                      D. 3

【答案】 C

【解析】 将圆弧分成很多小段  $l_1, l_2, \dots, l_n$ ，拉力  $F$  在每小段上做的功为  $W_1, W_2, \dots, W_n$ ，因拉力  $F$  大小不变，方向始终与小球的运动方向成  $37^\circ$  角，所以  $W_1 = Fl_1 \cos 37^\circ$ ， $W_2 = Fl_2 \cos 37^\circ$ ， $\dots$ ， $W_n = Fl_n \cos 37^\circ$ 。  $W = W_1 + W_2 + \dots + W_n = F \cos 37^\circ (l_1 + l_2 + \dots + l_n) = F \cos 37^\circ \frac{\pi R}{3} = \frac{40}{3} \pi \text{ J}$ 。同理可得小球克服摩擦力做的功  $W_f = \mu mg \frac{\pi R}{3} = \frac{20}{3} \pi \text{ J}$ ，拉力  $F$  做的功与小球克服摩擦力做的功之比为 2，故选 C。

【例 2】聂海胜利用太空跑台——动感单车锻炼，如图所示。假设聂海胜锻炼 15 分钟克服动感单车阻力而消耗的能量约为 900 kJ。假设动感单车的阻力主要来源于距车轴 30 cm 的阻尼装置(可视为质点)，宇航员每分钟蹬车 90 圈，则阻尼装置对车轮的阻力约为( )



- A. 180 N    B. 350 N    C. 580 N    D. 780 N

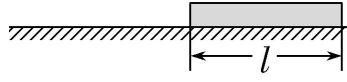
【答案】 B

【解析】 设平均阻力为  $F_f$ ，则有  $F_f \times (15 \times 90 \times 2\pi \times 0.3) = 900 \text{ kJ}$ ，解得  $F_f \approx 35 \text{ N}$ ，故选 B。

### 类型 2 图像法计算变力做功

【例 1】(多选)如图所示， $n$  个完全相同、边长足够小且互不粘连的小方块依次排列，总长度为  $l$ ，总质量为  $m$ ，它们一起以速度  $v$  在光滑水平面上滑动，某时刻开始滑上粗糙水平面。

小方块与粗糙水平面之间的动摩擦因数为  $\mu$ ，若小方块恰能完全进入粗糙水平面，则摩擦力对所有小方块所做功的数值为( )



A.  $\frac{1}{2}mv^2$

B.  $mv^2$

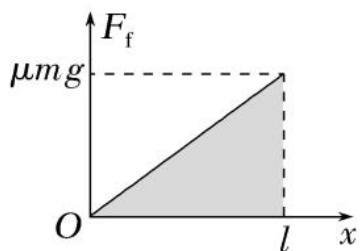
C.  $\frac{1}{2}\mu mgl$

D.  $\mu mgl$

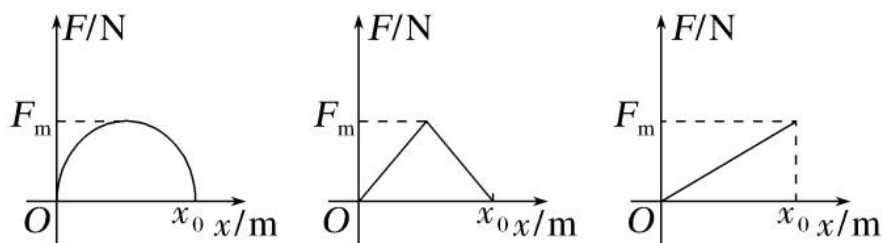
【答案】 AC

【解析】 小方块恰能完全进入粗糙水平面，说明所有小方块进入粗糙水平面后速度为零，以所有小方块为研究对象，据动能定理得  $W_f = 0 - \frac{1}{2}mv^2$ ，所以所有小方块克服摩擦力做功为  $\frac{1}{2}mv^2$ ，故 A 项正确，B 项错误；当长度为  $x$  的小方块滑上粗糙水平面时，所受摩擦力大小为  $\frac{x}{l}\mu mg$ ，则这  $n$  个小方块在进入粗糙水平面的过程中所受的平均摩擦力大小为  $F_f = \frac{1}{2}\mu mg$ ，又该过程中这  $n$  个小方块的位移为  $l$ ，则由功的公式可得  $W_f = -F_f l = -\frac{1}{2}\mu mgl$ ，摩擦力做功的大小为  $\frac{1}{2}\mu mgl$ ，C 项正确，D 项错误。

C、D 项另解 (图像法)根据  $F_f = \frac{x}{l}\mu mg$  在平面直角坐标系中作出  $F_f - x$  图像，如图所示，则图中阴影部分面积即小方块进入粗糙水平面的过程中摩擦力所做的功的大小，有  $W_f = \frac{1}{2}\mu mgl$



【例 2】物体在水平拉力  $F$  作用下，沿  $x$  轴由坐标原点开始运动，设拉力  $F$  随  $x$  的变化分别如图甲、乙、丙所示，图甲为一半圆图形，对应拉力做功分别为  $W_{甲}$ 、 $W_{乙}$ 、 $W_{丙}$ ，则以下说法正确的是( )



甲

乙

丙

A.  $W_{甲} > W_{乙} > W_{丙}$

B.  $W_{甲} = W_{乙} > W_{丙}$

C.  $W_{甲} = W_{乙} = W_{丙}$

D.  $W_{甲} > W_{乙} = W_{丙}$

【答案】 D

【解析】 在  $F-x$  图像中,  $F$  做的功等于图线与  $x$  轴所围的面积。

在图甲中, 在数值上  $F_m = \frac{1}{2}x_0$

$$W_{\text{甲}} = \frac{1}{2} F_m x_0$$

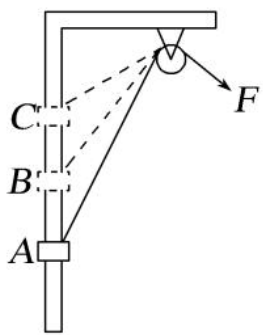
在图乙中,  $W_{\text{乙}} = \frac{1}{2} F_m x_0 = F_m^2$

在图丙中,  $W_{\text{丙}} = \frac{1}{2} F_m x_0 = F_m^2$

可见  $W_{\text{甲}} > W_{\text{乙}} = W_{\text{丙}}$ , 故 D 正确。

### 类型 3 等效转换法求变力做功

【例 1】如图所示, 固定的光滑竖直杆上套着一个滑块, 用轻绳系着滑块绕过光滑的定滑轮, 以恒定的拉力  $F$  拉绳, 使滑块从 A 点起由静止开始上升。若从 A 点上升至 B 点和从 B 点上升至 C 点的过程中拉力  $F$  做的功分别为  $W_1$  和  $W_2$ , 图中  $AB = BC$ , 则 ( )



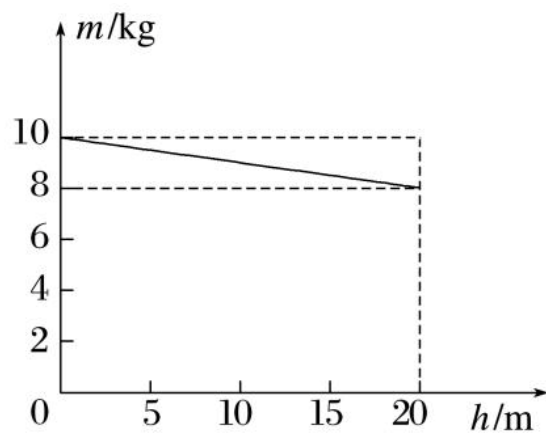
- A.  $W_1 > W_2$
- B.  $W_1 < W_2$
- C.  $W_1 = W_2$
- D. 无法确定  $W_1$  和  $W_2$  的大小关系

【答案】 A

【解析】 轻绳对滑块做的功为变力做功, 可以通过转换研究对象, 将变力做功转化为恒力做功; 因轻绳对滑块做的功等于拉力  $F$  对轻绳做的功, 而拉力  $F$  为恒力,  $W = F \cdot \Delta l$   $\Delta l$  为轻绳拉滑块过程中力  $F$  的作用点移动的位移, 大小等于定滑轮左侧绳长的缩短量, 由题图及几何知识可知,  $\Delta l_{AB} > \Delta l_{BC}$ , 故  $W_1 > W_2$ , A 正确。

### 类型 4 平均力法求变力做功

【例 1】当前, 我国某些地区的日常用水仍然依靠井水. 某同学用水桶从水井里提水, 井内水面到井口的高度为 20 m. 水桶离开水面时, 水桶和水的总质量为 10 kg. 由于水桶漏水, 在被匀速提升至井口的过程中, 桶和水的总质量随着上升距离的变化而变化, 其关系如图所示. 水桶可以看成质点, 不计空气阻力, 重力加速度  $g$  取  $10 \text{ m/s}^2$ . 由图像可知, 在提水的整个过程中, 拉力对水桶做的功为 ( )



- A. 2 000 J  
B. 1 800 J  
C. 200 J  
D. 180 J

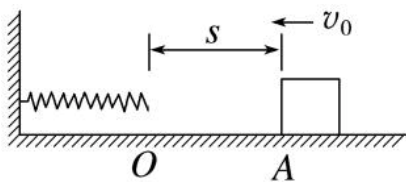
【答案】 B

【解析】 由于水桶匀速上升，故拉力等于水桶重力。由于水和水桶的质量随位移均匀减小，故拉力与位移满足线性关系，所以可用平均力法求解变力做功。  $F_1 = m_1g = 100 \text{ N}$ ，  $F_2 =$   
 $=$   
 $=$   
 $80 \text{ N}$ ，则拉力做功为： $W_{\text{拉}} = \frac{F_1 + F_2}{2}h = 1 800 \text{ J}$ ，故选 B.

### 类型 5 应用动能定理求变力做功

在一个有变力做功的过程中，当变力做功无法直接通过功的公式求解时，可用动能定理， $W_{\text{变}} + W_{\text{恒}} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$ ，物体初、末速度已知，恒力做功  $W_{\text{恒}}$  可根据功的公式求出，这样就可以得到  $W_{\text{变}} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 - W_{\text{恒}}$ ，就可以求变力做的功了。

【例 1】质量为  $m$  的物体以初速度  $v_0$  沿水平面向左开始运动，起始点 A 与一轻弹簧 O 端相距  $s$ ，如图所示。已知物体与水平面间的动摩擦因数为  $\mu$ ，物体与弹簧相碰后，弹簧的最大压缩量为  $x$ ，则从开始碰撞到弹簧被压缩至最短，物体克服弹簧弹力所做的功为 (重力加速度大小为  $g$ ) ( )



- A.  $\frac{1}{2}mv_0^2 - \mu mg(s+x)$   
B.  $\frac{1}{2}mv_0^2 - \mu mgx$   
C.  $\mu mgs$   
D.  $\mu mg(s+x)$

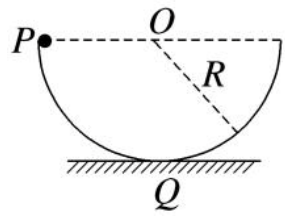
【答案】 A

【解析】 根据功的定义式可知物体克服摩擦力做功为  $W_f = \mu mg(s+x)$ ，由动能定理可得  $W_{\text{弹}} - W_f = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2$ ，则  $W_{\text{弹}} = \frac{1}{2}mv_0^2 - \mu mg(s+x)$ ，故选项 A 正确。

【例 6】如图所示，一半径为  $R$  的半圆形轨道竖直固定放置，轨道两端等高，质量为  $m$  的质点自轨道端点 P 由静止开始滑下，滑到最低点 Q 时，对轨道的压力为  $2mg$ ，重力加速度



大小为  $g$ . 质点自  $P$  滑到  $Q$  的过程中, 克服摩擦力所做的功为 ( )



A.  $\frac{1}{4}mgR$

B.  $\frac{1}{3}mgR$

C.  $\frac{1}{2}mgR$

D.  $\frac{\pi}{4}mgR$

**【答案】** C

**【解析】** 在  $Q$  点质点受到的竖直向下的重力和竖直向上的支持力的合力充当向心力, 所以有  $F_N - mg = m\frac{v^2}{R}$ ,  $F_N = F_N' = 2mg$ , 联立解得  $v = \sqrt{gR}$ , 下滑过程中, 根据动能定理可得  $mgR + W_f = \frac{1}{2}mv^2$ , 解得  $W_f = -\frac{1}{2}mgR$ , 所以克服摩擦力做功  $\frac{1}{2}mgR$ , 选项 C 正确.

### 题型三 功率的分析和计算

1. 公式  $P = \frac{W}{t}$  和  $P = Fv$  的区别

$P = \frac{W}{t}$  是功率的定义式,  $P = Fv$  是功率的计算式。

2. 平均功率的计算方法

(1) 利用  $P = \frac{W}{t}$ 。

(2) 利用  $P = F\bar{v} \cos \alpha$ , 其中  $\bar{v}$  为物体运动的平均速度。

3. 瞬时功率的计算方法

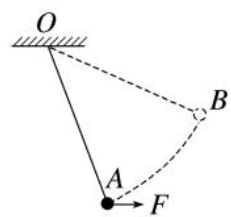
(1) 利用公式  $P = Fv \cos \alpha$ , 其中  $v$  为  $t$  时刻的瞬时速度。

(2)  $P = Fv_F$ , 其中  $v_F$  为物体的速度  $v$  在力  $F$  方向上的分速度。

(3)  $P = F_v v$ , 其中  $F_v$  为物体受到的外力  $F$  在速度  $v$  方向上的分力。

#### 类型 1 功率的分析和计算

**【例 1】** 如图所示, 细线的一端固定于  $O$  点, 另一端系一小球. 在水平拉力作用下, 小球以恒定速率在竖直平面内由  $A$  点运动到  $B$  点. 在此过程中拉力的瞬时功率的变化情况是 ( )



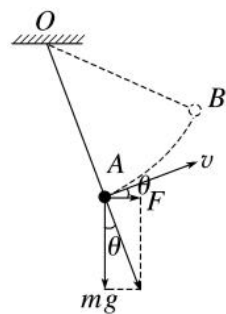
A. 逐渐增大

B. 逐渐减小

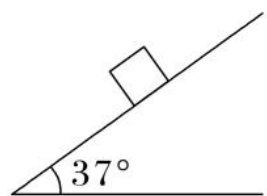
- C. 先增大, 后减小  
D. 先减小, 后增大

【答案】 A

【解析】 小球以恒定速率在竖直平面内由 A 点运动到 B 点, 即小球做匀速圆周运动, 那么小球受到的重力  $mg$ 、水平拉力  $F$ 、绳子拉力  $F_T$  三者的合力必是沿绳子指向 O 点. 对小球受力分析如图,  $F = mg \tan \theta$ , 由  $P = Fv \cos \theta$ , 可得  $P = mgv \sin \theta$ ,  $\theta$  逐渐增大, 则功率  $P$  逐渐增大, A 项正确.



【例 2】 如图所示, 质量为  $m = 2 \text{ kg}$  的木块在倾角  $\theta = 37^\circ$  的斜面上由静止开始下滑, 斜面足够长, 木块与斜面间的动摩擦因数为  $\mu = 0.5$ . 已知  $\sin 37^\circ = 0.6$ ,  $\cos 37^\circ = 0.8$ ,  $g$  取  $10 \text{ m/s}^2$ , 则前  $2 \text{ s}$  内重力的平均功率和  $2 \text{ s}$  末重力的瞬时功率分别为 ( )



- A. 48 W 24 W                      B. 24 W 48 W  
C. 24 W 12 W                      D. 12 W 24 W

【答案】 B

【解析】 木块所受的合外力

$$F_{\text{合}} = mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta = 4 \text{ N}$$

$$\text{木块的加速度 } a = \frac{F_{\text{合}}}{m} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$\text{前 } 2 \text{ s 内木块的位移 } x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 = 4 \text{ m}$$

所以, 重力在前  $2 \text{ s}$  内做的功为

$$W = mgx \sin \theta = 2 \times 10 \times 4 \times 0.6 = 48 \text{ J}$$

$$\text{重力在前 } 2 \text{ s 内的平均功率 } \overline{P} = \frac{W}{t} = 24 \text{ W}$$

$$\text{木块在 } 2 \text{ s 末的速度 } v = at = 2 \times 2 \text{ m/s} = 4 \text{ m/s}$$

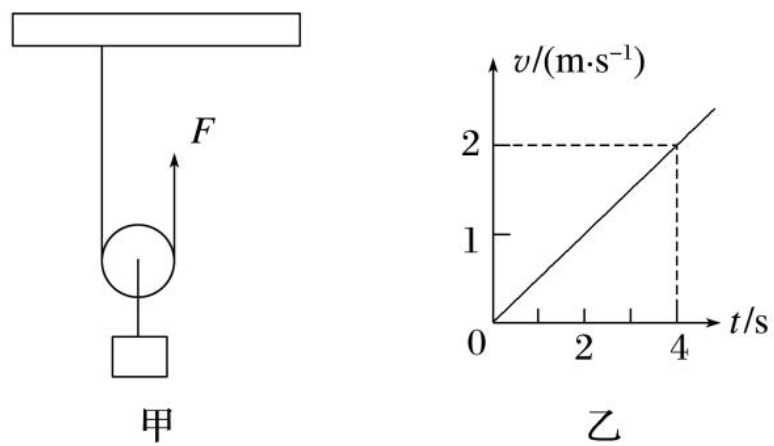
$2 \text{ s}$  末重力的瞬时功率

$$P = mgv \sin \theta = 2 \times 10 \times 4 \times 0.6 = 48 \text{ W}$$

故选项 B 正确.

【例 3】 (多选) 如图甲所示, 滑轮质量、摩擦均不计, 质量为  $2 \text{ kg}$  的物体在  $F$  作用下由静止

开始向上做匀加速运动,其速度随时间的变化关系如图乙所示,由此可知( $g$ 取  $10\text{ m/s}^2$ ) ( )



- A. 物体加速度大小为  $2\text{ m/s}^2$
- B.  $F$  的大小为  $10.5\text{ N}$
- C.  $4\text{ s}$  内  $F$  做功的平均功率为  $42\text{ W}$
- D.  $4\text{ s}$  末  $F$  的功率大小为  $42\text{ W}$

**【答案】** BD

**【解析】** 根据  $v-t$  图像知加速度  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0.5\text{ m/s}^2$ , 故 A 错误; 由牛顿第二定律得  $2F - mg = ma$ , 解得  $F = \frac{mg + ma}{2} = \frac{20 + 1}{2}\text{ N} = 10.5\text{ N}$ , 故 B 正确; 物体在  $4\text{ s}$  内的位移  $x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 4^2 = 4\text{ m}$ , 则拉力作用点的位移  $x = 8\text{ m}$ , 则拉力  $F$  做功的大小为  $W = Fx = 10.5 \times 8 = 84\text{ J}$ , 平均功率  $P' = \frac{W}{t} = \frac{84}{4}\text{ W} = 21\text{ W}$ , 故 C 错误;  $4\text{ s}$  末物体的速度为  $2\text{ m/s}$ , 则拉力作用点的速度为  $4\text{ m/s}$ , 则拉力  $F$  的功率  $P = Fv = 10.5 \times 4 = 42\text{ W}$ , 故 D 正确.

## 类型 2 功率和功综合问题的分析和计算

**【例 1】** (2022·贵阳模拟)(多选)运动场上,某同学将篮球竖直向上抛出,到最高点又竖直落回到抛出点,若篮球所受的空气阻力大小恒定,下列判断正确的是( )

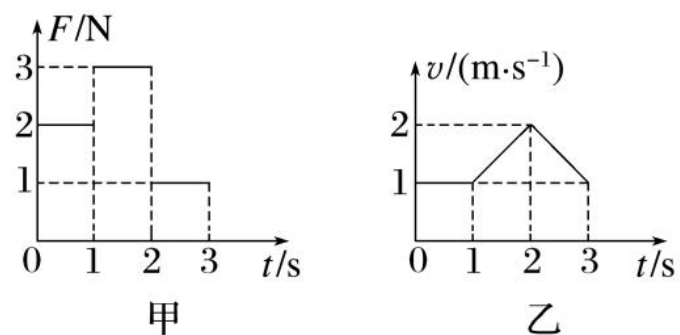
- A. 篮球上升过程中的加速度大于下降过程中的加速度
- B. 篮球上升过程中克服重力做的功大于下降过程中重力做的功
- C. 篮球下落到抛出点的速度大小大于篮球抛出时向上的初速度大小
- D. 篮球上升过程中克服重力做功的平均功率大于下降过程中重力的平均功率

**【答案】** AD

**【解析】** 上升过程  $a_1 = \frac{mg + F_f}{m} = g + \frac{F_f}{m}$ , 下降过程  $a_2 = \frac{mg - F_f}{m} = g - \frac{F_f}{m}$  可知,  $a_1 > a_2$ , 故 A 正确; 由  $W_{\text{克}G} = W_G = mgh$  可知, 篮球上升过程中克服重力做的功等于下降过程中重力做的功, 故 B 错误; 取上升和下降的全过程, 由能量守恒可知, 重力势能不变, 初动能等于内能和末动能之和, 故落回到抛出点的速度大小小于抛出时的初速度大小, 故 C 错误; 上升过程用逆向思维有  $h = \frac{1}{2}a_1 t_1^2$ , 下降过程有  $h = \frac{1}{2}a_2 t_2^2$ , 因  $a_1 > a_2$ , 则  $t_1 < t_2$ , 又  $P_{\text{克}G} = \frac{W_{\text{克}G}}{t_1} = \frac{mgh}{t_1}$ ,

$$P_G = \frac{W_G}{t_2} = \frac{mgh}{t_2}, \text{ 则 } P_{\text{克}G} > P_G, \text{ 故 D 正确.}$$

【例 2】一滑块在水平地面上沿直线滑行， $t=0$  时其速度为  $1 \text{ m/s}$ ，从此刻开始在滑块运动方向上再施加一水平作用力  $F$ ，力  $F$  和滑块的速度  $v$  随时间  $t$  的变化规律分别如图甲、乙所示，则以下说法正确的是（ ）



- A. 第 1 s 内， $F$  对滑块做的功为 3 J
- B. 第 2 s 内， $F$  对滑块做功的平均功率为 4 W
- C. 第 3 s 末， $F$  对滑块做功的瞬时功率为 1 W
- D. 前 3 s 内， $F$  对滑块做的总功为零

【答案】 C

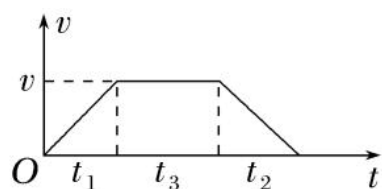
【解析】 由题图可知，第 1 s 内，滑块位移为 1 m， $F$  对滑块做的功为 2 J，A 错误；第 2 s 内，滑块位移为 1.5 m， $F$  对滑块做的功为 4.5 J，平均功率为 4.5 W，B 错误；第 3 s 内，滑块位移为 1.5 m， $F$  对滑块做的功为 1.5 J，第 3 s 末， $F$  对滑块做功的瞬时功率  $P = Fv = 1 \text{ W}$ ，C 正确；前 3 s 内， $F$  对滑块做的总功为 8 J，D 错误。

【例 3】(2021 福建南平市质检)电梯上升过程可以简化为匀加速、匀速、匀减速三个阶段，即加速到允许的最大速度  $v$  后做匀速运动，最后经过匀减速运动将速度减为零。假设该电梯在加速和减速过程的加速度大小相等，一幢大楼每层楼高度相同，有一个质量为  $m$  的人先坐电梯从 1 楼到 7 楼，办完事后再从 7 楼到 16 楼，重力加速度为  $g$ ，则（ ）

- A. 电梯从 1 楼到 7 楼的平均速度等于电梯从 7 楼到 16 楼的平均速度
- B. 电梯从 1 楼到 7 楼的平均速度小于电梯从 7 楼到 16 楼的平均速度
- C. 加速阶段电梯对人做正功，减速阶段电梯对人做负功
- D. 上升过程中电梯对人做功的最大功率为  $mgv$

【答案】 B

【解析】 运动过程图像如图所示，



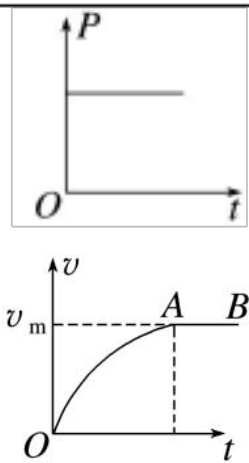
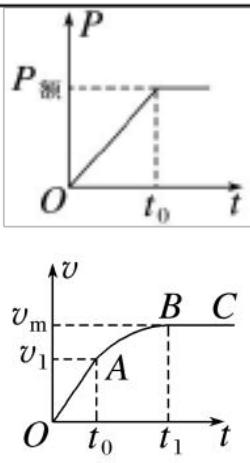
加速与减速阶段时间相等，平均速度

$$\bar{v} = \frac{\frac{1}{2}v(t_1+t_2) + vt_3}{t_1+t_2+t_3} = \frac{v(t_1+t_3)}{2t_1+t_3} = \frac{v}{\frac{t_1}{t_1+t_3} + 1}, \text{ 电梯从 7 楼到 16 楼匀速运动的时间更长，所}$$

以平均速度更大，故 A 错误，B 正确；电梯对人的作用力方向始终向上，与位移同向，故始终做正功，故 C 错误；上升过程中匀加速阶段结束时，电梯对人做功的功率最大为  $P = Fv = (mg + ma)v > mgv$ ，故 D 错误。

### 题型四 机车启动问题

#### 1. 两种启动方式

两种方式		以恒定功率启动	以恒定加速度启动
P-t 图像 和 v-t 图像			
OA 段	过程 分析	$v \uparrow \quad F = \frac{P \text{ 不变}}{v} \downarrow \quad a = \frac{F - F_{\text{阻}}}{m} \downarrow$	$a = \frac{F - F_{\text{阻}}}{m} \text{ 不变} \quad F \text{ 不变} \quad v \uparrow \quad P = Fv \uparrow$ 直到 $P = P_{\text{额}} = Fv_1$
	运动 性质	加速度减小的加速直线运动	匀加速直线运动，持续时间 $t_0 = \frac{v_1}{a}$
AB 段	过程 分析	$F = F_{\text{阻}} \quad a = 0 \quad v_m = \frac{P}{F_{\text{阻}}}$	$v \uparrow \quad F = \frac{P_{\text{额}}}{v} \downarrow \quad a = \frac{F - F_{\text{阻}}}{m} \downarrow$
	运动 性质	以 $v_m$ 做匀速直线运动	加速度减小的加速直线运动
BC 段			$F = F_{\text{阻}} \quad a = 0 \quad$ 以 $v_m = \frac{P_{\text{额}}}{F_{\text{阻}}}$ 做匀速 直线运动

#### 2. 三个重要关系式

(1) 无论哪种启动过程，机车的最大速度都等于其匀速运动时的速度，即  $v_m = \frac{P}{F_{\text{阻}}}$ 。

(2) 机车以恒定加速度启动的过程中，匀加速过程结束时，功率最大，但速度不是最大， $v = \frac{P}{F_{\text{额}}} < v_m = \frac{P}{F_{\text{阻}}}$ 。

(3) 机车以恒定功率启动时，牵引力做的功  $W = Pt$ 。由动能定理得： $Pt - F_{\text{阻}}x = \Delta E_k$ 。此式经常用于求解机车以恒定功率启动过程的位移大小和时间。

## 类型 1 恒定功率启动

【例 1】(2022 福建三明市模拟)广泛使用氢燃料作为交通能源是氢经济的一个关键因素。使用氢为能源的最大好处是它跟空气中的氧反应，仅产生水蒸气排出，有效减少了传统汽油车造成的空气污染问题。一种氢气燃料的汽车，质量为  $m = 5.0 \times 10^3 \text{ kg}$ ，发动机的额定功率为  $60 \text{ kW}$ ，在平直公路上行驶时所受阻力恒为车重的  $0.1$  倍。若汽车保持额定功率从静止启动 ( $g$  取  $10 \text{ m/s}^2$ )，求：

- (1) 汽车所能达到的最大速度大小；
- (2) 当汽车的速度为  $6 \text{ m/s}$  时的加速度大小。

【答案】 (1)  $12 \text{ m/s}$  (2)  $1 \text{ m/s}^2$

【解析】 (1) 汽车在整个运动过程中速度达到最大时，牵引力与阻力大小相等

$$\text{即 } F = F_f = 0.1mg = 5.0 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\text{又 } P = Fv$$

$$\text{所以最大速度 } v = \frac{60\,000}{5\,000} \text{ m/s} = 12 \text{ m/s}$$

(2) 当汽车速度  $v' = 6 \text{ m/s}$  时，汽车的牵引力

$$F' = \frac{P}{v'} = 1 \times 10^4 \text{ N}$$

设此时汽车的加速度为  $a$ ，根据牛顿第二定律，

$$\text{有 } F' - F_f = ma$$

$$\text{得 } a = \frac{F' - F_f}{m} = 1 \text{ m/s}^2.$$

【例 2】(多选)复兴号动车在世界上首次实现速度  $350 \text{ km/h}$  自动驾驶功能，成为我国高铁自主创新的又一重大标志性成果。一列质量为  $m$  的动车，初速度为  $v_0$ ，以恒定功率  $P$  在平直轨道上运动，经时间  $t$  达到该功率下的最大速度  $v_m$ ，设动车行驶过程所受到的阻力  $F$  保持不变。动车在时间  $t$  内( )



- 做匀加速直线运动
- 加速度逐渐减小
- 牵引力的功率  $P = Fv_m$
- 牵引力做功  $W = \frac{1}{2}mv_m^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

【答案】 BC

【解析】 由于动车以恒定功率启动，则由  $P = F_{\text{牵}} v$  可知动车的速度增大则牵引力减小，由



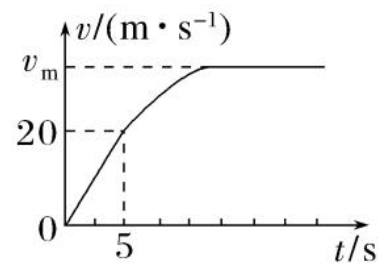
$$Pt_2 - (mg \sin 30^\circ + F_f)x_2 = \frac{1}{2}mv_m^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

又有  $x = x_1 + x_2$

解得  $t_2 \approx 15\text{s}$

故汽车运动的总时间为  $t = t_1 + t_2 = 22\text{s}$ .

**【例 2】** (多选) 一辆小汽车在水平路面上由静止启动, 在前 5 s 内做匀加速直线运动, 5 s 末达到额定功率, 之后保持以额定功率运动, 其  $v-t$  图像如图 8 所示。已知汽车的质量为  $m = 1 \times 10^3\text{kg}$ , 汽车受到地面的阻力为车重的 0.1 倍, 取  $g = 10\text{m/s}^2$ , 则以下说法正确的是 ( )



- A. 汽车在前 5 s 内的牵引力为  $5 \times 10^3\text{N}$
- B. 汽车速度为 25 m/s 时的加速度为  $2\text{m/s}^2$
- C. 汽车的额定功率为 100 kW
- D. 汽车的最大速度为 80 m/s

**【答案】** AC

**【解析】** 由速度—时间图线知, 汽车做匀加速运动的加速度大小  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20}{5}\text{m/s}^2 = 4\text{m/s}^2$ ,

根据牛顿第二定律得  $F - f = ma$ , 其中  $f = 0.1mg = 1 \times 10^3\text{N}$ , 解得牵引力  $F = f + ma = 1 \times 10^3\text{N} + 4 \times 10^3\text{N} = 5 \times 10^3\text{N}$ , 故 A 正确; 汽车的额定功率  $P = Fv = 5 \times 10^3 \times 20\text{W} = 1 \times 10^5\text{W} = 100\text{kW}$ ,

故 C 正确; 汽车在 25 m/s 时的牵引力  $F' = \frac{P}{v} = \frac{1 \times 10^5}{25}\text{N} = 4 \times 10^3\text{N}$ , 根据牛顿第二定律得,

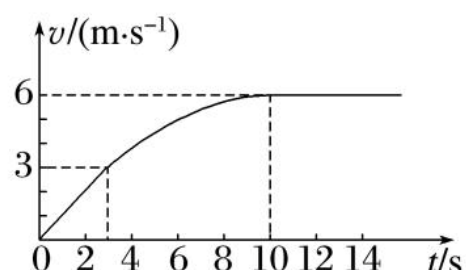
加速度  $a' = \frac{F' - f}{m} = \frac{4 \times 10^3 - 1 \times 10^3}{1 \times 10^3}\text{m/s}^2 = 3\text{m/s}^2$ , 故 B 错误; 当牵引力等于阻力时, 速度最

大, 则最大速度  $v_m = \frac{P}{f} = \frac{1 \times 10^5}{1 \times 10^3}\text{m/s} = 100\text{m/s}$ , 故 D 错误。

**【例 3】** (2022 云南省师大附中高三上学期月考) (多选) 如图甲为某型号电动平衡车, 其体积小, 操作方便, 深受年轻人的喜爱。当人站在平衡车上沿水平直轨道由静止开始运动, 其  $v-t$  图像如图乙所示 (除 3~10 s 时间段图像为曲线外, 其余时间段图像均为直线)。已知人与平衡车质量之和为 80 kg, 3 s 后功率恒为 300 W, 且整个骑行过程中所受到的阻力不变, 结合图像的信息可知 ( )



甲



乙



- A. 0~3 s 时间内, 牵引力做功 585 J  
 B. 3~10 s 时间内, 平衡车的平均速度大小是 4.5m/s  
 C. 3~10 s 时间内, 平衡车克服摩擦力做功 1 020 J  
 D. 平衡车在第 2 s 末与第 14 s 末牵引力的功率之比为 1:2

【答案】 AC

【解析】 平衡车最终匀速运动时, 牵引力与阻力相等, 根据  $P = Fv = F_f v_m$  代入数据, 可得  $F_f = 50 \text{ N}$ . 在 0~3 s 时间内, 平衡车做匀加速运动, 根据图像可知  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 1 \text{ m/s}^2$ , 根据牛顿第二定律  $F - F_f = ma$ , 可得  $F = 130 \text{ N}$ , 在 0~3 s 时间内的位移  $s_1 = \frac{1}{2}at^2 = 4.5 \text{ m}$ , 因此 0~3 s 时间内, 牵引力做功  $W_1 = Fs_1 = 585 \text{ J}$ , 故 A 正确; 在 3~10 s 时间内, 根据动能定理  $Pt$

$W_{\text{克}f} = \frac{1}{2}mv_m^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$ , 代入数据得  $W_{\text{克}f} = 1\,020 \text{ J}$ , 故 C 正确; 在 3~10 s 时间内, 平衡车做加速度逐渐减小的加速运动, 因此平衡车的平均速度  $\bar{v} = \frac{v_1 + v_m}{2} = 4.5 \text{ m/s}$ , 故 B 错误; 平衡车在 2 s 末的功率  $P_2 = Fv_2 = 260 \text{ W}$ , 因此  $\frac{P_2}{P_{14}} = \frac{260}{300} = \frac{13}{15}$ . 故 D 错误.

## 题型五 动能定理的理解

### 1. 两个关系

(1)数量关系: 合力做的功与物体动能的变化具有等量代换关系, 但并不是说动能变化就是合力做的功。

(2)因果关系: 合力做功是引起物体动能变化的原因。

### 2. 标量性

动能是标量, 功也是标量, 所以动能定理是一个标量式, 不存在方向的选择问题。当然动能定理也就不存在分量的表达式。

【例 1】随着高铁时代的到来, 人们出行也越来越方便, 高铁列车在启动阶段的运动可看作初速度为零的匀加速直线运动。在启动阶段, 列车的动能( )



- A. 与它所经历的时间成正比  
 B. 与它的位移成正比  
 C. 与它的速度成正比

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/987020131103010010>