素养培优6　电磁感应中动力学、能量和动量的综合

培优点1 动力学与能量观点在电磁感应中的应用

1. 电磁感应综合问题的解题思路

“源”的分析 → 用法拉第电磁感应定律$\left(E=n\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right.$或$\left.E=Blv\right)$确定电动势的大小，用楞次定律或右手定则判断电流的方向

↓

“路”的分析 → 画等效电路图 → 求感应电流$I=\dfrac{E}{R+r}$

↓

“力”的分析 → 安培力$F=BIl$ → 合外力$F_{合}=ma$

↓

“运动”的分析 → 运动状态 → 加速度a

↓

“能量”的分析 → 分析研究过程中能量转化关系列方程

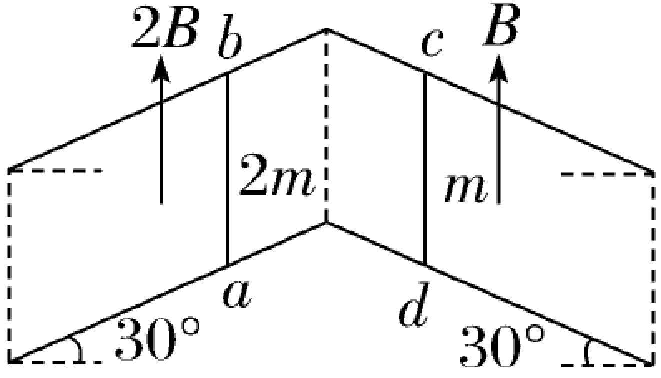
2．求解焦耳热Q的三种方法

（1）焦耳定律：$Q=I^2Rt$，适用于电流恒定的情况；

（2）功能关系：$Q=W_{克安}$（$W_{克安}$为克服安培力做的功）；

（3）能量转化：$Q=\Delta E$（其他能的减少量）。

【典例1】　（多选）（2024·吉林高考9题）如图，两条“$\wedge$”形的光滑平行金属导轨固定在绝缘水平面上，间距为L，左、右两导轨面与水平面夹角均为30°，均处于竖直向上的匀强磁场中，磁感应强度大小分别为$2B$和B。将有一定阻值的导体棒ab、cd放置在导轨上，同时由静止释放，两棒在下滑过程中始终与导轨垂直并接触良好。ab、cd的质量分别为$2m$和m，长度均为L。导轨足够长且电阻不计，重力加速度大小为g，两棒在下滑过程中（　　）



A. 回路中的电流方向为$abcda$

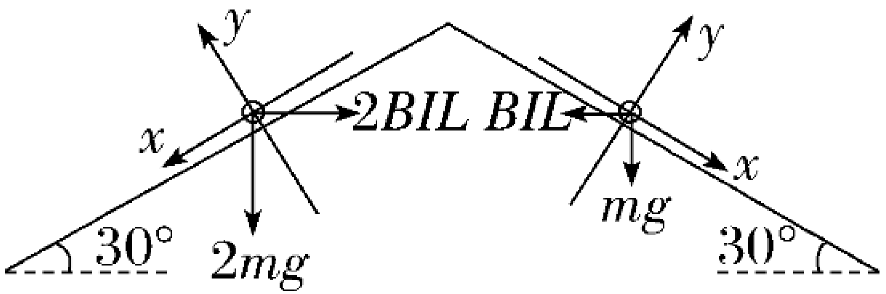
B. ab中电流趋于$\frac{\sqrt{3}mg}{3BL}$

C. ab与cd加速度大小之比始终为2∶1

D. 两棒产生的电动势始终相等

答案：AB

解析：由于ab和cd均沿导轨下滑，则$abcd$回路的磁通量增大，根据楞次定律可知，回路中的电流方向为$abcda$，A正确；初始时，对ab和cd分别受力分析，如图所示，根据牛顿第二定律分别有$2mg\sin 30°-2BIL\cos 30°=2ma_1$、$mg\sin 30°-BIL\cos 30°=ma_2$，可得$a_1=a_2=\frac{g}{2}-\frac{\sqrt{3}BIL}{2m}$，则$ab$与$cd$加速度大小之比始终为1∶1，C错误；当加速度趋于零时，两导体棒中的电流趋于稳定，结合C项分析可知，ab中的电流趋于$\frac{\sqrt{3}mg}{3BL}$，B正确；由于ab和cd加速度大小始终相等，则两导体棒的速度大小始终相等，则由法拉第电磁感应定律可知两导体棒产生的感应电动势大小之比始终为2∶1，D错误。

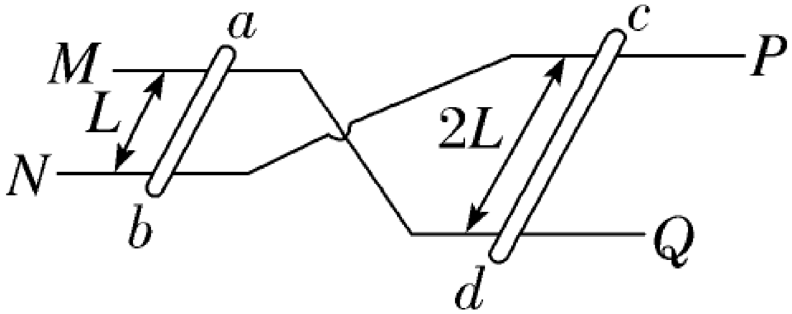


【典例2】 （2024·江苏震泽中学模拟）如图所示的是水平平行光滑导轨M、N和P、Q，M、N的间距为L，P、Q的间距为$2L$。M、N上放有一导体棒ab，ab与导轨垂直，质量为m，电阻为R。P、Q上放有一导体棒cd，cd也与导轨垂直，质量为$2m$，电阻为$2R$。导轨电阻不计。匀强磁场竖直穿过导轨平面，磁感应强度大小为B。初始两导体棒静止，设在极短时间内给ab一个水平向左的速度v_0，使ab向左运动，最后ab和cd的运动都达到稳定状态。求：

（1）刚开始运动的瞬间，ab和cd的加速度大小和方向；

（2）稳定后ab和cd的速度大小；

（3）整个过程中ab产生的热量。



答案：（1）$\frac{B^2L^2v_0}{3mR}$　$\frac{B^2L^2v_0}{3mR}$　方向都水平向右（2）$\frac{2v_0}{3}$　$\frac{v_0}{3}$　（3）$\frac{1}{18}mv_0^2$

解析：（1）设ab的加速度为a_1，cd的加速度为a_2

ab受到的安培力$F_1=BIL$

cd受到的安培力$F_2=BI\times 2L$

电流$I=\frac{E}{3R}$，电动势$E=BLv_0$

由牛顿第二定律得$F_1=ma_1$，$F_2=2ma_2$

解得$a_1=\frac{B^2L^2v_0}{3mR}$，$a_2=\frac{B^2L^2v_0}{3mR}$

由右手定则和左手定则可知加速度方向都水平向右。

（2）ab棒向左做减速运动，cd棒向右做加速运动，当电路中的电流为零时，两导体棒达到稳定状态，做匀速直线运动，设此时速度分别为v_1和v_2，则

$BLv_1 = B \times 2Lv_2$

分析得两导体棒加速度在任意时刻都相等，则

$v_1 = v_0 - \overline{a}t$，$v_2 = \overline{a}t$

解得$v_1 = \frac{2}{3}v_0$，$v_2 = \frac{v_0}{3}$。

（3）产生的总热量$Q = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2} \times 2mv_2^2$

又$Q_{ab} = \frac{1}{3}Q$

解得产生的热量为$Q_{ab} = \frac{1}{18}mv_0^2$。

培优点2 动量观点在电磁感应中的应用

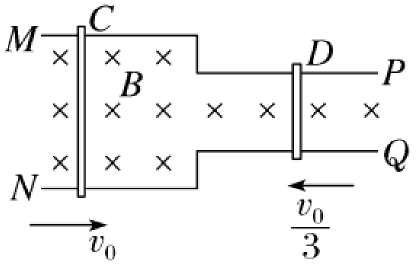
角度1 动量定理在电磁感应中的应用

在导体单杆切割磁感线做变加速运动时，若运用牛顿运动定律和能量观点不能解决问题，可运用动量定理巧妙解决问题。

求解的物理量	应用示例
电荷量或速度	$-B\bar{I}L\Delta t=mv_2-mv_1$，$q=\bar{I}\Delta t$， 即$-BqL=mv_2-mv_1$
位移	$-\frac{B^2L^2\bar{v}\Delta t}{R_{总}}=0-mv_0$，即$-\frac{B^2L^2x}{R_{总}}=0-mv_0$

求解的物理量	应用示例
时间	$-B\bar{I}L\Delta t+F_{其他}\Delta t=mv_2-mv_1$， 即$-BLq+F_{其他}\Delta t=mv_2-mv_1$， 已知电荷量$q$、$F_{其他}$（$F_{其他}$为恒力）
	$-\frac{B^2L^2\bar{v}\Delta t}{R_{总}}+F_{其他}\Delta t=mv_2-mv_1$， 即$-\frac{B^2L^2x}{R_{总}}+F_{其他}\Delta t=mv_2-mv_1$， 已知位移$x$、$F_{其他}$（$F_{其他}$为恒力）

【典例3】　（多选）（2024·山东聊城一模）如图所示，四条光滑的足够长的金属导轨M、N、P、Q平行放置，导轨固定于绝缘水平面上，M、N导轨间距为$2L$，P、Q导轨间距为L，两组导轨间由导线相连，导轨内存在竖直向下的磁感应强度为B的匀强磁场，两根质量均为m、接入电路的电阻均为R的导体棒C、D分别垂直于导轨放置，且均处于静止状态。C获得向右的瞬时速度v_0，同时使导体棒D获得向左的瞬时速度$\frac{1}{3}v_0$。两导体棒在达到稳定状态运动过程中始终与导轨垂直并与导轨接触良好，且均未到达两组导轨连接处。则下列说法正确的是（　　）



A. 开始阶段，导体棒C、D均做减速运动，C先减速至零

B. 达到稳定运动时，导体棒C、D均向右运动

C. 从$t=0$时至稳定运动的过程中，通过导体棒的电荷量为$\frac{mv_0}{3BL}$

D. 从$t=0$时至稳定运动的过程中，通过导体棒的电荷量为$\frac{7mv_0}{15BL}$

答案：BD

解析：规定以水平向右为正方向，对C应用动量定理可得$-\bar{I}\times 2LB\Delta t=mv_1-mv_0$，对$D$应用动量定理可得$\bar{I}LB\Delta t=mv_2-\left(-m\times\frac{v_0}{3}\right)$，最终稳定时，总电动势为零，即$B\times 2Lv_1=BLv_2$，联立求得$v_1=\frac{v_0}{15}$，$v_2=\frac{2}{15}v_0$，所以运动稳定时，导体棒$C$、$D$均向右运动，因此$D$棒先减速到零，再向右加速，又由$\bar{I}LB\Delta t=BqL=mv_2+m\times\frac{v_0}{3}$，求得的$q=\frac{7mv_0}{15BL}$，故选项B、D正确。

双杆模型

物理模型	“一动一静”：甲杆静止不动，乙杆运动，其实质是单杆问题，不过要注意问题包含着一个条件——甲杆静止，受力平衡
	两杆都在运动，对于这种情况，要注意两杆切割磁感线产生的感应电动势是相加还是相减；系统动量是否守恒

分析方法	动力学观点	通常情况下一个金属杆做加速度逐渐减小的加速运动，而另一个金属杆做加速度逐渐减小的减速运动，最终两金属杆以共同的速度匀速运动
	能量观点	两杆系统机械能减少量等于回路中产生的焦耳热之和
	动量观点	对于两金属杆在平直的光滑导轨上运动的情况，如果两金属杆所受的外力之和为零，则考虑应用动量守恒定律处理问题

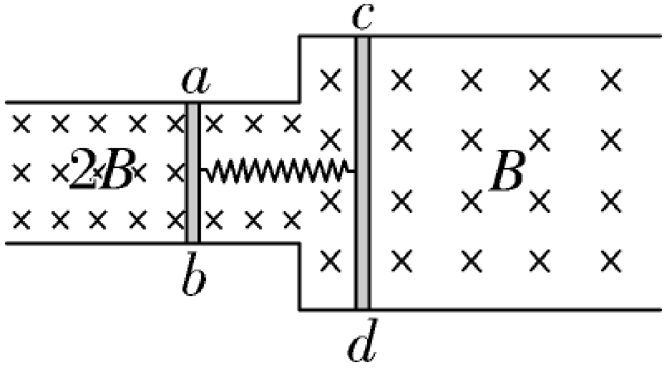
【典例4】 （多选）（2024·山东潍坊一模）如图所示，两根 ⌐ 型平行光滑金属导轨固定在绝缘水平面上，左、右两侧导轨间距分别为l和$2l$，处于竖直向下的匀强磁场中，磁感应强度大小分别为$2B$和B。已知导体棒ab的电阻为R、长度为l，导体棒cd的电阻为$2R$、长度为$2l$，cd的质量是ab的3倍。两棒中点之间连接一原长为L轻质绝缘弹簧。现将弹簧拉伸至$3L$后，同时由静止释放两导体棒，两棒在各自磁场中往复运动直至停止，弹簧始终在弹性限度内。整个过程中两棒保持与导轨垂直且接触良好，导轨足够长，电阻不计。下列说法正确的是（　　）

A. 整个过程中，回路中始终产生顺时针方向的电流

B. 整个运动过程中，ab与cd的路程之比为3∶1

C. cd棒克服安培力做的功等于cd棒产生的热量

D. 整个运动过程中，通过cd的电荷量为$\frac{4BLl}{3R}$



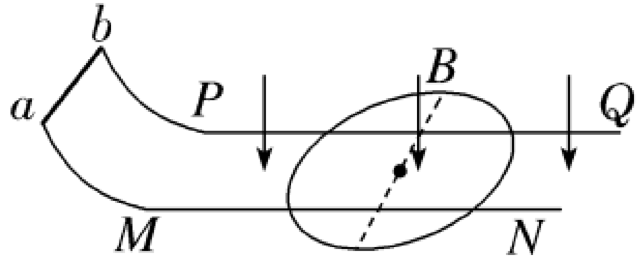
答案：BD

解析：根据题意可知，由静止释放两导体棒，ab向右运动，cd向左运动，即弹簧收缩，由右手定则可知，回路中产生顺时针方向的电流，设某时刻电流大小为I，可知，ab所受安培力大小为$F_{ab}=2BIl$，方向向左，cd所受安培力大小为$F_{cd}=BI\cdot 2l$，方向向右，可知，两棒组成的系统所受外力矢量和为零，动量守恒，则当弹簧伸展过程中，一定有ab向左运动，cd向右运动，根据右手定则可知，回路中产生逆时针方向的电流，A错误；由A分析可知，两棒组成的系统所受外力矢量和为零，动量守恒，由于开始运动时，系统动量为零，则任意时刻两棒的动量大小相等，方向相反，则有$m_{ab}v_{ab}=m_{cd}v_{cd}$，设运动时间为$t$，则有$m_{ab}v_{ab}t=m_{cd}v_{cd}t$，即$m_{ab}s_{ab}=m_{cd}s_{cd}$，则$ab$与$cd$的路程之比为$\frac{s_{ab}}{[illegible]}=\frac{m_{cd}}{[illegible]}=\frac{3}{[illegible]}$，B正确。

由上述分析可知，整个运动过程中，两棒所受安培力一直保持大小相等，且ab与cd的路程之比为3∶1，则ab与cd克服安培力做的功之比为3∶1，由公式$Q=I^2Rt$可知，由于ab与cd的电阻之比为1∶2，则ab与cd产生的热量之比为1∶2，可知，cd棒克服安培力做的功不等于cd棒产生的热量，C错误；

由公式$\overline{E}=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$、$\overline{I}=\frac{\overline{E}}{2R+R}$和$q=\overline{I}t$可得，整个运动过程中，通过$cd$的电荷量为$q=\frac{\Delta\Phi}{2R+R}$，当两棒在各自磁场中往复运动直至停止，弹簧恢复原长，两棒间距离减小$2L$，则ab向右运动的距离为$x_{ab}=\frac{3}{4}\times 2L=\frac{3}{2}L$，$cd$向左运动的距离为$x_{cd}=\frac{1}{4}\times 2L=\frac{1}{2}L$，则有通过$cd$的电荷量为$q=\frac{2Blx_{ab}+B\cdot 2lx_{cd}}{2R+R}=\frac{4BLl}{3R}$，D正确。

【典例5】 （2024·湖北高考15题）如图所示，两足够长平行金属直导轨MN、PQ的间距为L，固定在同一水平面内，直导轨在左端M、P点分别与两条竖直固定、半径为L的$\frac{1}{4}$圆弧导轨相切。MP连线与直导轨垂直，其左侧无磁场，右侧存在磁感应强度大小为B、方向竖直向下的匀强磁场。长为L、质量为m、电阻为R的金属棒ab跨放在两圆弧导轨的最高点。质量为$2m$、电阻为$6R$的均匀金属丝制成一个半径为L的圆环，水平放置在两直导轨上，其圆心到两直导轨的距离相等。忽略导轨的电阻、所有摩擦以及金属环的可能形变，金属棒、金属环均与导轨始终接触良好，重力加速度大小为g。现将金属棒ab由静止释放，求：



（1）ab刚越过MP时产生的感应电动势大小。

（2）金属环刚开始运动时的加速度大小。

（3）为使ab在整个运动过程中不与金属环接触，金属环圆心初始位置到MP的最小距离。

答案：（1）$BL\sqrt{2gL}$　（2）$\frac{B^2L^2\sqrt{2gL}}{3mR}$　（3）$\frac{mR\sqrt{2gL}}{B^2L^2}+L$

解析：（1）设ab棒刚越过MP时速度大小为v_1，产生的电动势大小为E_1，对ab在圆弧导轨上运动的过程，由机械能守恒定律有

$$mgL=\frac{1}{2}m{v_1}^2$$

ab刚越过MP时，由法拉第电磁感应定律得

$$E_1=BLv_1$$

联立得$E_1=BL\sqrt{2gL}$。