专题 1.8 平行线的性质（知识讲解）

【学习目标】

1．掌握平行线的性质，并能依据平行线的性质进行简单的推理；

2．了解平行线的判定与性质的区别和联系，理解两条平行线的距离的概念；

【要点梳理】

要点一、平行线的性质

性质 1：两直线平行，同位角相等；

性质 2：两直线平行，内错角相等；

性质 3：两直线平行，同旁内角互补.

特别说明：

（1）“同位角相等、内错角相等”、“同旁内角互补”都是平行线的性质的一部分内容，切不可忽视前提 “两直线平行”.

(2)从角的关系得到两直线平行，是平行线的判定；从平行线得到角相等或互补关系，是平行线的性质.

要点二、两条平行线的距离

同时垂直于两条平行线，并且夹在这两条平行线间的线段的长度，叫做这两条平行线的距离.

特别说明：

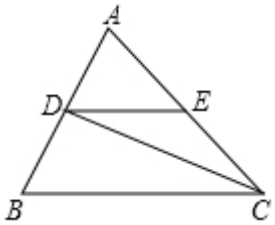
（1）求两条平行线的距离的方法是在一条直线上任找一点，向另一条直线作垂线，垂线段的长度就是两条平行线的距离.

(2) 两条平行线的位置确定后，它们的距离就是个定值，不随垂线段的位置的改变而改变，即平行线间的距离处处相等.

【典型例题】

类型一、两直线平行，同位角相等

例 1．**已知** ΔABC **中，** $DE \parallel BC$ **，** $\angle AED = 50°$ **，** CD **平分** $\angle ACB$ **，求** $\angle BCD$ **的度数.**



【答案】25°

【分析】由两直线平行同位角相等，得出 $\angle ACB = \angle AED = 50°$，由角平分线的性质得出 $\angle ACD = \angle BCD$，即可得出答案.

解：$\because DE \parallel BC$ ， $\angle AED = 50°$

$\therefore \angle ACB = \angle AED = 50^\circ$，

$\because CD$ 平分 $\angle ACB$，

$\therefore \angle ACD = \angle BCD = \frac{1}{2}\angle ACB = 25^\circ$

$\therefore \angle BCD = 25^\circ$.

【点拨】本题考查了平行线的性质和角平分线的性质，熟练掌握各性质是解得此题的关键.

举一反三：

【变式 1】 **理解证明：**

如图 1，直线 DE 经过点 A，$DE//BC$．求证 $\angle BAC + \angle B + \angle C = 180°$

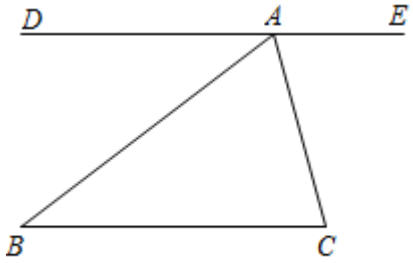


图1

证明：$\because DE//BC$，

$\therefore \angle DAB =$ _____

$\angle EAC =$ _____（_____）.

又 $\angle DAB + \angle EAC + \angle BAC =$ _____°（_____），

$\therefore \angle BAC + \angle B + \angle C = 180°$.

应用证明：

如图 2，AD 是 $\angle EAC$ 的平分线，$AD//BC$．求证 $\angle B = \angle C$.

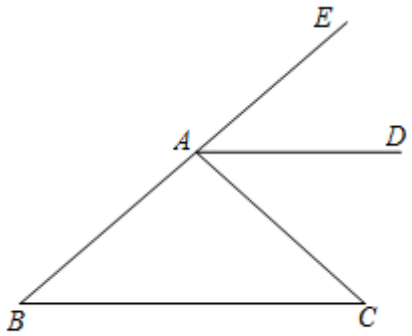


图2

【答案】（1）ÐB；$\angle C$；两直线平行，内错角相等；180；平角的定义；（2）见解析

【分析】（1）根据平行线的性质，平角的定义完成推理过程即可；

（2）根据平行线的性质，可得$\angle EAD=\angle B$，$\angle CAD=\angle C$，根据角平分线的定义可得$\angle EAD=\angle CAD$，进而即可得证.

（1）证明：$\because DE//BC$，

$\therefore \angle DAB=$ÐB

$\angle EAC=\angle C$（两直线平行，内错角相等）.

又$\angle DAB+\angle EAC+\angle BAC=180°$（平角的定义），

$\therefore \angle BAC+\angle B+\angle C=180°$.

故答案为：ÐB；$\angle C$；两直线平行，内错角相等；180；平角的定义；

（2）$\because$ AD是$\angle EAC$的平分线，.

$\therefore$ $\angle EAD=\angle CAD$

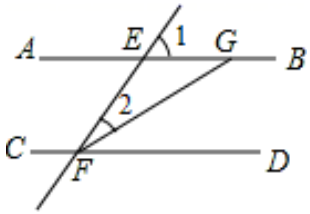
$\because$ $AD//BC$

$\therefore \angle EAD=\angle B$，$\angle CAD=\angle C$

$\therefore$ $\angle B=\angle C$.

【点拨】本题考查了平角的定义，平行线的性质，角平分线的定义，掌握角平分线的定义与平行线的性质是解题的关键.

【变式2】如图，$AB\parallel CD$，∠1=64°，FG平分$\angle EFD$，求∠2的度数.



【答案】32°

【分析】根据两直线平行，同位角相等求出$\angle EFD$，再根据角平分线的定义求出$\angle GFE$即可.

解：$\because AB\parallel CD$，∠1=64°，

$\therefore \angle EFD=\angle 1=64°$，

$\because FG$平分$\angle EFD$，

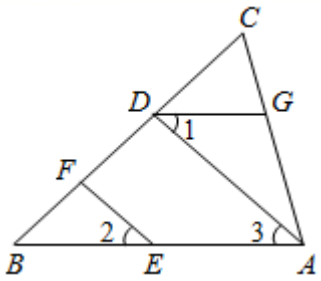
$\therefore \angle 2=\frac{1}{2}\angle EFD=\frac{1}{2}\times 64°=32°$

【点拨】本题考查了平行线的性质，角平分线的定义，准确识图并熟记性质是解题的关键.

类型二、两直线平行，内错角相等

例 2．完成推理填空．填写推理理由：

如图：$EF//AD$，$\angle 1=\angle 2$，$\angle BAC=70°$，把求$\angle AGD$的过程填写完整．



∵$EF//AD$（已知）

∴$\angle 2=$_____，（_____）．

又∵$\angle 1=\angle 2$，（_____）．

∴$\angle 1=\angle 3$，（等量代换）

∴$AB//$_____，（_____）．

∴$\angle BAC+$_____$=180°$，（_____）．

又∵$\angle BAC=70°$，

∴$\angle AGD=$_____．

【答案】$\angle 3$；两直线平行，同位角相等；已知；GD；内错角相等，两直线平行；$\angle DGA$； 两直线平行，同旁内角互补；$110°$．

【分析】根据平行线的性质得$\angle 2=\angle 3$，等量代换得$\angle 1=\angle 3$，所以$AB//GD$，再根据平行线的性质得$\angle BAC+\angle DGA=180°$，又因为$\angle BAC=70°$，即可得$\angle AGD=110°$．

解：∵$EF//AD$，

∴$\angle 2=\angle 3$（两直线平行，同位角相等），

又∵$\angle 1=\angle 2$，（已知），

∴$\angle 1=\angle 3$，（等量代换），

∴$AB//GD$，（内错角相等，两直线平行），

∴$\angle BAC+\angle DGA=180°$，（两直线平行，同旁内角互补），

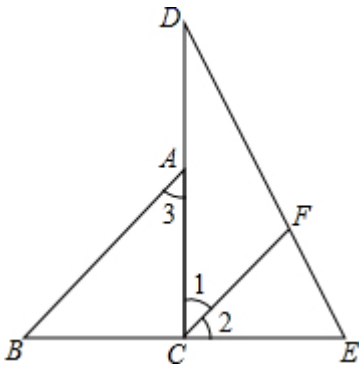
又∵$\angle BAC=70°$，

∴$\angle AGD=110°$，

【点拨】本题考查了平行线的判定与性质，解题的关键是掌握平行线的判定与性质．

举一反三：

【变式1】 将一副三角尺拼成如图所示的图形，（$\angle 3=45°$，$\angle D=30°$），过点C作CF平分$\angle DCE$交DE于点F．



（1）求证：$CF//AB$；

（2）$\angle BCF$的度数为_____．

【答案】（1）见解析；（2）135°

【分析】（1）根据CF平分$\angle DCE$，可得$\angle 1=\angle 2=45°$，从而$\angle 1=\angle 3$，即可求证；

（2）由（1）可知$\angle 1=45°$，即可求解．

（1）证明：依题意得知$\angle DCE=90°$

$\because CF$平分$\angle DCE$，

$\therefore \angle 1=\angle 2=45°$，

$\because \angle 3=45°$，

$\therefore \angle 1=\angle 3$，

$\therefore CF//AB$；

（2）根据题意得$\angle ACB=90°$，

$\because \angle 1=45°$，

$\therefore \angle BCF=\angle ACB+\angle 1=135°$．

【点拨】本题主要考查了平行线的判定，角平分线的定义，角的和与差，熟练掌握内错角相等，两直线平行是解题的关键．

【变式2】填空完成推理过程：

如图，点D，E，F分别是$\triangle ABC$的边AC，BC，AB上的点，$DF//BC$，$DE//AB$．

求证$\angle FDE=\angle B$．

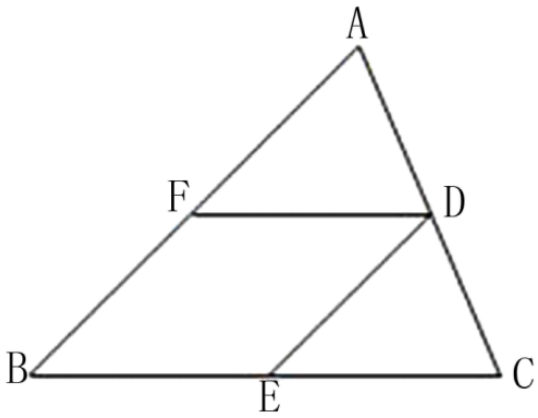
证明：$\because DF//BC$，

$\therefore \angle FDE=$_____（　　）．

$\because DE//AB$，

$\therefore \angle B =$ _____（　　），

$\therefore \angle FDE = \angle B$.



【答案】$\angle DEC$，两直线平行，内错角相等；$\angle DEC$，两直线平行，同位角相等

【分析】根据平行线的性质即可求解；

证明：$\because DF//BC$，

$\therefore \angle FDE = \angle DEC$（两直线平行，内错角相等）

$\because DE//AB$，

$\therefore \angle B = \angle DEC$（两直线平行，同位角相等），

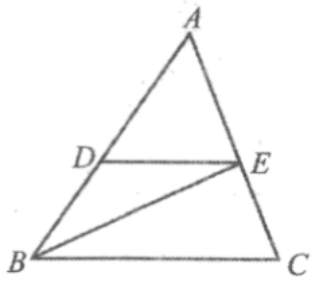
$\therefore \angle FDE = \angle B$.

故答案为：$\angle DEC$，两直线平行，内错角相等；$\angle DEC$；两直线平行，同位角相等.

【点拨】此题考查的是平行线的性质，掌握平行线的性质是解题的关键.

类型三、两直线平行，同旁内角互补

例 3．**如图，点 *D*，*E* 分别在 *AB* 和 *AC* 上，$DE \parallel BC$，$\angle DBE = 30°$，$\angle EBC = 25°$，求 $\angle BDE$ 的度数.**



【答案】$\angle BDE = 125°$

【分析】先求出$\angle ABC$的度数，再利用平行线的性质求解.

解：$\because \angle DBE = 30°$，$\angle EBC = 25°$，

∴∠*ABC*=∠*DBE*+∠*EBC*=55°，

∵*DE*∥*BC*，

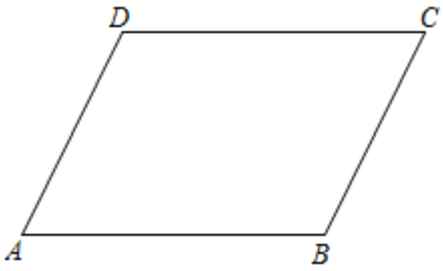
∴∠*BDE*+∠*ABC*=180°，

∴∠*BDE*=180°-∠*ABC*=125°.

【点拨】此题考查平行线的性质：两直线平行，同旁内角互补，熟记平行线的性质并掌握图形中各角度之间的位置关系是解题的关键.

举一反三：

【变式 1】 **已知：如图，** $AB//CD$，$AD//BC$．**求证：** $\angle A=\angle C$，$\angle B=\angle D$．



【答案】证明见解析.

【分析】由直线平行的性质可求得 $\angle A+\angle B=180°$，$\angle B+\angle C=180°$，可以利用同角的补交相等，可得∠*A*=∠*C*，同理可得∠*B*=∠*D*.

解：∵ $AB//CD$（已知），

∴ $\angle A+\angle D=180°$，$\angle B+\angle C=180°$（两直线平行，同旁内角互补）.

∵ $AD//BC$（已知），

∴ $\angle A+\angle B=180°$，$\angle D+\angle C=180°$（两直线平行，同旁内角互补）.

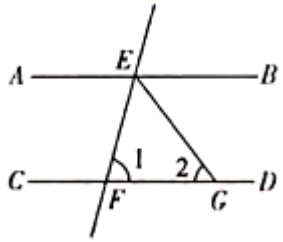
∴ $\angle A=\angle C$，$\angle B=\angle D$（同角的补角相等）.

【点拨】本题主要考查平行线的性质，掌握平行线的性质是解题的关键.

【变式 2】**如图，** $AB//CD$，**直线** EF **分别交** AB，CD **于** ***E***，***F***，EG **平分** $\angle BEF$．

（1）请写出图中与 $\angle 2$ **相等的角；**

（2）若 $\angle 1=80°$，**求** $\angle 2$ **的度数.**



【答案】（1）$\angle BEG$；$\angle FEG$；（2）50°

【分析】（1）∠*BEG*，∠*FEG*；由平行线的性质及角平分线的定义即可得解；

（2）由平行线的性质得出∠*BEF*＝100°，根据角平分线的定义得出∠*BEG*＝$\frac{1}{2}$∠*BEF*＝50°，最后根据平行线的性质即可得解．

解：（1）∠*BEG*，∠*FEG*，理由如下：

∵*AB*∥*CD*，

∴∠2＝∠*BEG*，

∵*EG* 平分∠*BEF*，

∴∠*BEG*＝∠*FEG*，

∴∠2＝∠*BEG*＝∠*FEG*；

（2）∵*AB*∥*CD*，

∴∠1＋∠*BEF*＝180°，

∵∠1＝80°，

∴∠*BEF*＝100°，

∵*EG* 平分∠*BEF*，

∴∠*BEG*＝$\frac{1}{2}$∠*BEF*＝50°，

∵*AB*∥*CD*，

∴∠2＝∠*BEG*＝50°．

【点拨】此题考查了平行线的性质，熟记“两直线平行，内错角相等”及“两直线平行，同旁内角互补”是解题的关键．

类型四、根据平行线的性质探究角的关系

例 4．**阅读下列材料，并完成相应任务．**

小学时候我们就知道三角形内角和是 180 度，学习了平行线之后，可以证明三角形内角和是 180 度，证明方法如下：

如图 1，已知：三角形 ABC，求证 $\angle ABC+\angle ACB+\angle BAC=180°$．

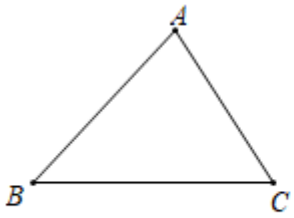


图1

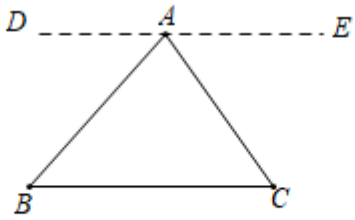


图2

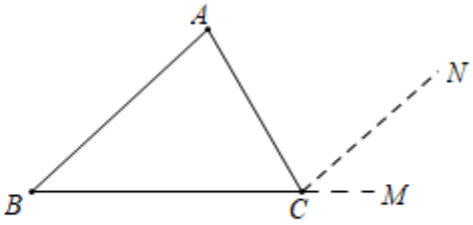


图3

证法一：如图 2，过点 A 作直线 *DE*∥*BC*，

$\because DE//BC$，$\therefore \angle ABC=\angle DAB$，$\angle ACB=\angle CAE$，

$\because \angle DAB+\angle BAC+\angle CAE=180°$，$\therefore \angle ABC+\angle ACB+\angle BAC=180°$，

即三角形内角和是$180°$**.**

证法二：如图 3，延长 BC **至** M，**过点** C **作 *CN*∥*AB*，**

…

任务：（1）证法一的思路是用平行线的性质得到 $\angle ABC=\angle DAB$，$\angle ACB=\angle CAE$，**将三角形内角和问题转化为一个平角，进而得到三角形内角和是**$180°$**，这种方法主要体现的数学思想是_____（将正确选项代码填入空格处）**

***A*．　数形结合思想，*B*．　分类思想，*C*．　转化思想，*D*．　方程思想**

（2）将证法二补充完整.

【答案】（1）C；（2）见解析

【分析】（1）根据将三角形内角和问题转化为一个平角，可得数学方法是转化思想；

（2）根据题目条件进行补全即可；

（1）由题意三角形内角和问题转化为一个平角，可知运用了转化思想，故答案为：C；

（2）证明：$\because CN//AB$，

$\therefore \angle A=\angle ACN$，$\angle B=\angle NCM$，

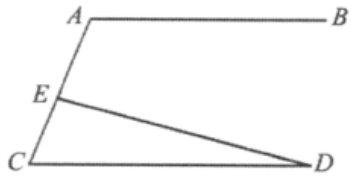
$\because \angle ACB+\angle ACN+\angle NCM=180°$，

$\therefore \angle ABC+\angle ACB+\angle BAC=180°$.

【点拨】本题主要考查了平行线的判定与性质，三角形内角和定理，规律型图形变化类，准确分析判断是解题的关键.

举一反三：

【变式 1】 **已知：如图，** $AB\parallel CD$，**点 *E* 在 *AC* 上．求证：** $\angle A=\angle CED+\angle D$.



【答案】见解析

【分析】由题意依据三角形内角和定理和平行线的性质以及等式的性质和角的等量代换进行分析求证即可.

解：在△CDE中，

∵$\angle C+\angle CED+\angle D=180°$（三角形内角和定理），

∴$\angle CED+\angle D=180°-\angle C$（等式的性质），

又∵$AB//CD$（已知），

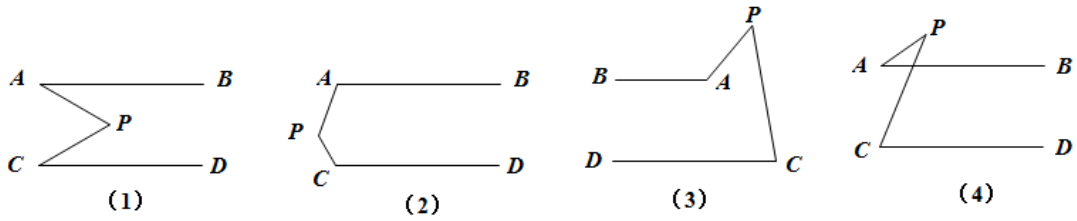
∴$\angle A+\angle C=180°$（两直线平行，同旁内角互补），

∴$\angle A=180°-\angle C$（等式的性质），

∴$\angle A=\angle CED+\angle D$（等量代换）.

【点拨】本题考查平行线的性质以及三角形的内角和定理，熟练掌握平行线的性质是解题的关键.

【变式 2】如图所示，$AB\parallel CD$，分别写出下面四个图形中$\angle A$与$\angle P$，$\angle C$的数量关系，请你从所得到的关系中任选一图的结论加以说明.



【答案】（1）$\angle A+\angle C=\angle P$；（2）$\angle A+\angle P+\angle C=360°$；（3）$\angle A=\angle P+\angle C$；（4）$\angle C=\angle P+\angle A$，证明见解析

【分析】（1）作$PE\parallel AB$，利用两直线平行内错角相等证明即可；

（2）作$PE\parallel AB$，利用两直线平行同旁内角互补证明即可；

（3）作$PH\parallel AB$，利用两直线平行同旁内角互补证明即可；

（4）作$PE\parallel AB$，利用两直线平行内错角相等证明即可；

解：（1）$\angle A+\angle C=\angle P$；证明如下：

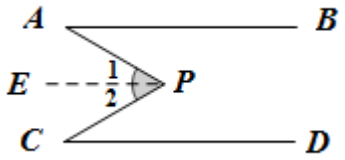
如图所示，作$PE\parallel AB$，则$PE\parallel CD$，

∴∠*A*=∠1，∠*C*=∠2，

∵∠*APC*=∠1+∠2，

∴∠*APC*=∠*A*+∠*C*，

即：∠*A*+∠*C*＝∠*P*；



（2）∠*A*+∠*P*+∠*C*＝360°；证明如下：

如图所示，作 *PE*∥*AB*，则 *PE*∥*CD*，

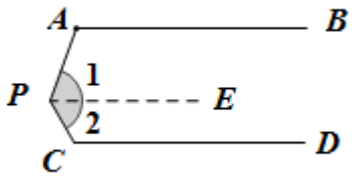
∴∠*A*+∠1=180°，∠*C*+∠2=180°，

∴∠*A*+∠*C*+∠1+∠2=360°，

∵∠*APC*=∠1+∠2，

∴∠*A*+∠*C*+∠*APC*=360°，

即：∠*A*+∠*P*+∠*C*＝360°；



（3）∠*A*＝∠*P*+∠*C*；证明如下：

如图所示，作 *PH*∥*AB* ，则 *PH*∥*CD*，

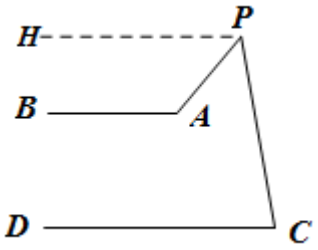
∴∠*HPA*＋∠*A*＝180°，

∴∠*HPA*＝180°－∠*A*，

∵∠*HPA*＋∠*APC*＋∠*C*＝180°，

∴180°－∠*A*＋∠*P*＋∠*C*＝180°，

即：∠*A*＝∠*P*+∠*C*；



（4）∠C＝∠P+∠A；证明如下：

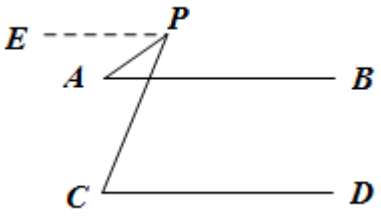
如图所示，作 PE∥AB，则 PE∥CD，

∴∠EPC=∠C，∠EPA=∠A，

∵∠APC=∠EPC－∠EPA，

∴∠APC=∠C－∠A，

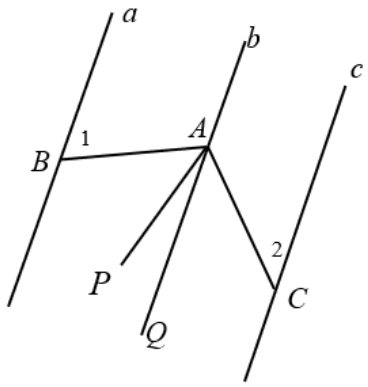
即：∠C＝∠P+∠A.



【点拨】本题考查平行线的性质运用，理解并熟练运用平行线的性质，灵活构造辅助线是解题关键.

类型五、根据平行线的性质求角的度数

例 5．**如图，a∥b∥c，∠1＝60°，∠2＝36°，AP 平分∠BAC，求∠PAQ 的度数.**



【答案】12°

【分析】首先根据平行线的性质求出∠BAQ，∠CAQ 及∠BAC，然后根据角平分线求出∠BAP，最后利用∠PAQ＝∠BAQ-∠BAP 求解即可.

∵$a\parallel b\parallel c$，

∴$\angle BAQ=\angle 1=60°$，$\angle CAQ=\angle 2=36°$，$\angle BAC=60°+36°=96°$，

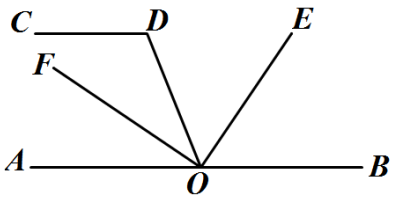
又 AP 平分$\angle BAC$，$\angle BAP=\frac{1}{2}\times 96°=48°$，

∴$\angle PAQ=\angle BAQ-\angle BAP=60°-48°=12°$.

【点拨】本题主要考查几何图形中的角度问题，掌握平行线的性质，角平分线的定义是关键.

举一反三：

【变式 1】如图，$CD\parallel AB$，点 O 在直线 AB 上，OE 平分$\angle BOD$，$OF\perp OE$，$\angle D=110°$，求$\angle DOF$ 的度数.



【答案】35°

【分析】根据平行线的性质求得$\angle DOB$，根据角平分线和垂直求解即可.

解：∵$CD\parallel AB$

∴$\angle DOB=\angle D=110°$

∵OE 平分$\angle BOD$

∴$\angle DOE=\frac{1}{2}\angle DOB=55°$

又∵$OF\perp OE$

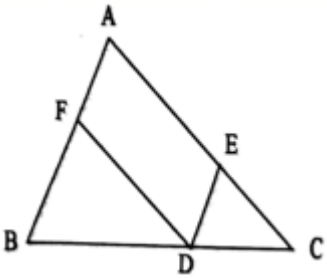
∴$\angle EOF=90°$

∴$\angle DOF=\angle EOF-\angle DOE=90°-55°=35°$

故答案为：35°

【点拨】此题考查了平行线、角平分线以及垂直的性质，解题的关键是掌握并利用它们的性质进行求解.

【变式 2】 如图，点 D，F 分别是 BC、AB 上的点，$DF//AC$，$\angle FDE=\angle A$.



（1）对 $DE//AB$ 说明理由，将下列解题过程补充完整.

解： $\because DF//AC$ **（已知）**

$\therefore \angle A=$_____（_____）

$\because \angle A=\angle FDE$ **（已知）**

$\therefore \angle FDE=$_____（_____）

$\therefore DE//AB$（_____）

（2）若 $\angle AED$ 比 $\angle BFD$ 大 $40°$，求 $\angle BFD$ 的度数.

【答案】（1）$\angle BFD$；两直线平行，同位角相等；$\angle BFD$；等量代换；内错角相等，两直线平行；（2）$70°$

【分析】（1）根据平行线的性质得出$\angle A=\angle BFD$，求出$\angle BFD=\angle FDE$，根据平行线的判定得出即可；

（2）根据平行线的性质得出$\angle A+\angle AED=180°$，$\angle A=\angle BFD$，再求出$\angle AED-\angle A=40°$，即可求出答案.

（1）证明：$\because DF//AC$（已知），

$\therefore \angle A=\angle BFD$（两直线平行，同位角相等），

$\because \angle A=\angle FDE$（已知），

$\therefore \angle FDE=\angle BFD$（等量代换），

$\therefore DE//AB$（内错角相等，两直线平行）；

故答案为：$\angle BFD$；两直线平行，同位角相等；$\angle BFD$；等量代换；内错角相等，两直线平行；

（2）解：$\because DF//AC$，

$\therefore \angle A=\angle BFD$，

$\because \angle AED$ 比 $\angle BFD$ 大 $40°$，

$\therefore \angle AED-\angle BFD=40°$，

$\therefore \angle AED-\angle A=40°$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/987046023044006062