

2026 届高三二年级上学期教学测评期中数学卷

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。满分 150 分，考试用时 120 分钟

第 I 卷（选择题，共 58 分）

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚，
2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。在试题卷上作答无效。

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题所给的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知直线的倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$ ，则直线的方向向量为（ ）

- A. $(1, \sqrt{3})$ B. $(\sqrt{3}, 1)$ C. $(1, -\sqrt{3})$ D. $(-\sqrt{3}, 1)$

【答案】B

【解析】

【分析】由直线的方向向量求解即可。

【详解】因为直线的倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$ ，所以直线的方向向量为 $\left(1, \tan \frac{\pi}{6}\right) = \left(1, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ ，
与其共线的有 $(\sqrt{3}, 1)$ ，
故选：B

2. 已知平面 α 的一个法向量 $\vec{n} = (1, 1, 2)$ ， α 内有一点 $A(1, 2, 0)$ ， α 外有一点 $B(2, 1, 1)$ ，则点 B 到平面 α 的距离为（ ）

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\sqrt{6}$

【答案】C

【解析】

【分析】求出 $\overrightarrow{BA}$ 在平面 α 的法向量方向的投影向量的模即得。

【详解】由已知 $\overrightarrow{BA} = (-1, 1, -1)$,

$$\frac{|\overrightarrow{BA} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{|-1+1-2|}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3},$$

点 B 到平面 α 的距离为

故选: C.

3. 已知直线 $l_1: x + (a+1)y + a - 2 = 0$ 与直线 $l_2: ax + 2y + 8 = 0$ 平行, 则 a 的值为 ()

- A. 1 B. $-\frac{2}{3}$ C. 1 或 -2 D. $-\frac{2}{3}$ 或 -2

【答案】A

【解析】

【分析】根据条件有 $a(a+1) = 2$, 得到 $a = -2$ 或 $a = 1$, 再进行检验, 即可求出结果.

【详解】因为直线 $l_1: x + (a+1)y + a - 2 = 0$ 与直线 $l_2: ax + 2y + 8 = 0$ 平行,

则 $a(a+1) = 2$, 即 $a^2 + a - 2 = 0$, 解得 $a = -2$ 或 $a = 1$,

当 $a = -2$ 时, $l_1: x - y - 4 = 0$, $l_2: x - y - 4 = 0$, 此时两直线重合, 不合题意,

当 $a = 1$ 时, $l_1: x + 2y - 1 = 0$, $l_2: x + 2y + 8 = 0$, 满足题意,

故选: A

4. 已知 $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ 为空间的一组基底. 则下列向量能构成空间的一组基底的是 ()

- A. $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{c}, \vec{a} + \vec{c}$ B. $-\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{a} + \vec{b}$
- C. $\vec{a} + 2\vec{b}, \vec{a} + 2\vec{c}, \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ D. $\vec{a} + \vec{c}, \vec{a} - \vec{b}, \vec{b} - \vec{c}$

【答案】D

【解析】

【分析】空间的一组基底, 必须是不共面的三个向量, 利用向量共面的充要条件可判断.

【详解】对于 A, 因为 $\vec{b} - \vec{c} = (\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{a} + \vec{c})$, 所以 $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - \vec{c}, \vec{a} + \vec{c}$ 三个向量共面, 不能构成一组基底;

对于 B, 因为 $\vec{b} + \vec{c} = \frac{1}{2}(-\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}) + \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$, 所以 $-\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{a} + \vec{b}$ 三个向量共面, 不能构成一组基底;

对于 C, 因为 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b}) + \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{c})$, 所以 $\vec{a} + 2\vec{b}, \vec{a} + 2\vec{c}, \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ 三个向量共面, 不能构成一组基底;

对于 D, 设 $\vec{a} + \vec{c}, \vec{a} - \vec{b}, \vec{b} - \vec{c}$ 三个向量共面, 则

$$\vec{a} + \vec{c} = x(\vec{a} - \vec{b}) + y(\vec{b} - \vec{c}) = x\vec{a} + (y - x)\vec{b} - y\vec{c},$$

所以 $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ y - x = 0 \end{cases}$, x, y 不存在, 所以 $\vec{a} + \vec{c}, \vec{a} - \vec{b}, \vec{b} - \vec{c}$ 三个向量不共面, 能构成一组基底.

故选: D.

5. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$, 直线 $l: y = kx + 1$, 则直线 l 与圆 C 的位置关系是 ()

- A. 相离 B. 相切 C. 相交 D. 无法判断

【答案】C

【解析】

【分析】确定直线所过定点在圆内, 从而得直线与圆位置关系.

【详解】由已知直线 l 过定点 $A(0, 1)$,

圆标准方程为 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$, 圆心为 $C(1, 2)$, 半径为 $r = 2$,

$(0-1)^2 + (1-2)^2 = 2 < 4$, 即定点 A 在圆 C 内, 因此直线 l 与圆相交.

故选: C.

6. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 若 C 上存在一点 P , 使得

$|PF_1| = \frac{3}{2}|PF_2|$, 则 C 的离心率的取值范围是 ()

- A. $(0, \frac{1}{5}]$ B. $[\frac{1}{5}, 1)$ C. $(0, \frac{1}{3}]$ D. $[\frac{1}{3}, 1)$

【答案】B

【解析】

【分析】根据椭圆的定义, 可求得 $|PF_1|, |PF_2|$ 的长, 根据三角形的几何性质, 即可求得答案,

【详解】由椭圆的定义可得 $|PF_1| + |PF_2| = 2a$, 又 $|PF_1| = \frac{3}{2}|PF_2|$,

所以 $|PF_1| = \frac{6a}{5}, |PF_2| = \frac{4a}{5}$,

在椭圆中, $|PF_1| - |PF_2| \leq 2c$,

所以 $\frac{2a}{5} \leq 2c$, 即 $e = \frac{c}{a} \geq \frac{1}{5}$,

又 $2a > 2c$, 所以 $e = \frac{c}{a} < 1$,

所以该椭圆离心率的取值范围是 $\left[\frac{1}{5}, 1\right)$.

故选: B

7. 已知 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{e}$ 为平面向量, $|\vec{e}| = 1, \langle \vec{a}, \vec{e} \rangle = \frac{\pi}{3}$, 若 $\vec{b} \cdot (\vec{b} - 6\vec{e}) + 8 = 0$, 则 $|\vec{a} - \vec{b}|$ 的最小值为 ()

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2} - 1$

B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2} - 1$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】由平面向量数量积的运算, 结合圆的性质及点到直线的距离公式求解.

【详解】已知 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{e}$ 是平面向量, $\vec{e}$ 是单位向量, 若非零向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{e}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 不妨设 $\vec{e} = (1, 0)$, $\vec{a} = (x, y)$, $\vec{b} = (m, n)$,

又非零向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{e}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 则 $y = \sqrt{3}x$, 故 $\vec{a} = (x, y)$ 在直线 $y = \sqrt{3}x$ 上运动 (除去原点),

又向量 $\vec{b}$ 满足 $\vec{b}^2 - 6\vec{b} \cdot \vec{e} + 8 = 0$,

则 $m^2 + n^2 - 6m + 8 = 0$ 即 $(m-3)^2 + n^2 = 1$, 故 (m, n) 在圆 $(m-3)^2 + n^2 = 1$ 上运动,

又 $(3, 0)$ 到直线 $y = \sqrt{3}x$ 的距离为 $\frac{|3\sqrt{3} - 0|}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$,

则 $|\vec{a} - \vec{b}|$ 的最小值是 $\frac{3\sqrt{3}}{2} - 1$.

故选: A.

【点睛】关键点点睛: $\vec{a} = (x, y)$ 在直线 $y = \sqrt{3}x$ 上运动 (除去原点), $\vec{b} = (m, n)$ 在圆 $(m-3)^2 + n^2 = 1$ 上

运动，根据圆上的点到直线的距离的最值的求解方法即可得解.

8. 若一条定直线与两个平面所成角均为 80° ，则这两个平面所成角的最大值为 ()

A. 10°

B. 20°

C. 40°

D. 80°

【答案】B

【解析】

【分析】考虑两平面平行和不平行时，作出辅助线，找到线面角和面面角，表达出各边长，四边形

$BCDE$ 中， $(BE - CD)^2 \leq BC^2$ ，所以 $BE - CD \leq BC$ ，整理得到

$\sin 80^\circ \leq \sin \theta \cos 80^\circ + \sin 80^\circ \cos \theta = \sin(\theta + 80^\circ)$ ，结合 $\theta \in (0^\circ, 90^\circ]$ ，得到 $\theta \in (0^\circ, 20^\circ]$ ，从而 $\theta \in [0^\circ, 20^\circ]$ ，得到答案.

【详解】当两平面平行时，满足要求，此时夹角为 0° ，

当两平面不平行时，如图所示，两个平面所成角 $\theta \in (0^\circ, 90^\circ]$ ， α 与 β 相交于直线 l ，

过点 A 作 $AC \perp \beta$ 于点 C ，连接 BC ，则 $\angle ABC = 80^\circ$ ，

过点 B 作 $BF \perp \alpha$ 于点 F ，连接 BF ，则 $\angle BAF = 80^\circ$ ，

过点 A 作 $AD \perp l$ 于点 D ，连接 DC ，

因为 $AC \perp \beta$ ， $l \subset \beta$ ，所以 $AC \perp l$ ，

又 $AC \cap AD = A$ ， $AC, AD \subset$ 平面 ACD ，

所以 $l \perp$ 平面 ACD ，

因为 $CD \subset$ 平面 ACD ，所以 $l \perp CD$ ，则 $\angle ADC = \theta$ ，

过点 B 作 $BE \perp l$ 于点 E ，连接 EF ，同理可得 $\angle BEF = \theta$ ，

其中 $AC = AB \sin 80^\circ$ ， $BC = AB \cos 80^\circ$ ， $AC = AD \sin \theta$ ， $CD = AD \cos \theta$ ，

$FB = AB \sin 80^\circ$ ， $AF = AB \cos 80^\circ$ ， $BF = BE \sin \theta$ ， $EF = BE \cos \theta$ ，

故 $AC = BF, BC = AF$ ， $AD = BE, CD = EF$ ，

由于四边形 $BCDE$ 中， $(BE - CD)^2 + DE^2 = BC^2$ ，

其中 $DE^2 \geq 0$ ，故 $(BE - CD)^2 \leq BC^2$ ，

又 $CD = BE \cos \theta$ ，故 $BE > CD$ ，所以 $BE - CD \leq BC$ ，

其中 $BC = AB \cos 80^\circ = \frac{FB}{\sin 80^\circ} \cos 80^\circ = \frac{BE \sin \theta}{\sin 80^\circ} \cos 80^\circ$,

$$BE - BE \cos \theta \leq \frac{BE \sin \theta}{\sin 80^\circ} \cos 80^\circ,$$

若 $BE=0$, 此时 AB 在 α 内, 不合要求, 故 $BE \neq 0$,

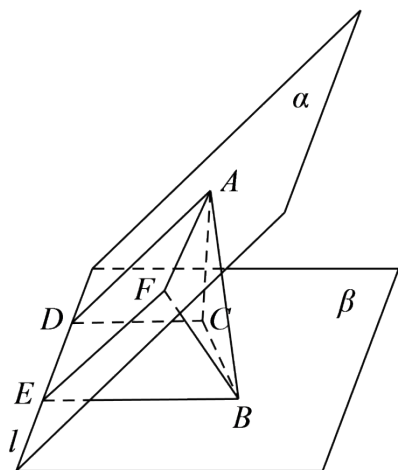
所以 $1 - \cos \theta \leq \frac{\sin \theta}{\sin 80^\circ} \cos 80^\circ$, 即 $\sin 80^\circ - \sin 80^\circ \cos \theta \leq \sin \theta \cos 80^\circ$,

$$\sin 80^\circ \leq \sin \theta \cos 80^\circ + \sin 80^\circ \cos \theta = \sin(\theta + 80^\circ).$$

其中 $\theta \in (0^\circ, 90^\circ]$, 故 $\theta + 80^\circ \in (80^\circ, 170^\circ]$,

故 $\theta + 80^\circ \in (80^\circ, 100^\circ]$, 解得 $\theta \in (0^\circ, 20^\circ]$,

综上, $\theta \in [0^\circ, 20^\circ]$,



这两个平面所成角的最大值为 20° .

故选: B

【点睛】关键点点睛：作出辅助线，表达出各边，四边形 $BCDE$ 中， $BE - CD \leq BC$ ，整理得到

 $\sin 80^\circ \leq \sin(\theta + 80^\circ)$, 结合 θ 的范围, 得到答案.

二、多项选择题（本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项是符合题目要求的。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分）

9. 已知 F 为双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的一个焦点, 则下列说法中, 正确的是 ()

A. Γ 的虚轴长为 6

B. Γ 的离心率为 $\frac{5}{4}$

C. Γ 的渐近线方程为 $4x \pm 3y = 0$

D. 点 F 到 Γ 的一条渐近线的距离为 4

【答案】AB

【解析】

【分析】利用双曲线的性质计算分析选项即可.

【详解】由双曲线的方程可知其虚轴长为 $2\sqrt{9}=6$, 故 A 正确;

离心率为 $e = \frac{\sqrt{16+9}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}$, 故 B 正确;

令 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 0 \Rightarrow 3x \pm 4y = 0$, 即其渐近线方程为 $3x \pm 4y = 0$, 故 C 错误;

不妨设 $F(5,0)$, 则其到渐近线 $3x+4y=0$ 的距离为 $d = \frac{15}{5} = 3$, 故 D 错误.

故选: AB

10. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 4$, 圆 $C: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$, 直线 $l: (2m+1)x + (m+1)y - 7m - 4 = 0$,

$P(2,4)$ 过点 P 作圆 O 的两条切线, 切点分别为 A, B . 下列说法中, 正确的是 ()

A. 圆 C 与圆 O 相交

B. 直线 l 过定点 $(3,1)$

C. 圆 C 被直线 l 截得的弦长的最小值为 $4\sqrt{5}$

D. 直线 AB 的方程为 $x+2y-2=0$

【答案】BCD

【解析】

【分析】由几何法判断两圆的位置关系即可判断 A; 将 $l: (2m+1)x + (m+1)y - 7m - 4 = 0$ 化为

$m(2x+y-7) + x+y-4=0$, 由 $\begin{cases} 2x+y-7=0 \\ x+y-4=0 \end{cases}$ 即可求出直线过的定点判断 B; 当直线 l 与 CQ 垂直时,

弦长最小, 由弦长公式求解即可判断 C; 则直线 AB 为过 P, A, O, B 的圆与圆 O 的公共弦, 两个方程相减即可判断 D.

【详解】 $O: x^2 + y^2 = 4$, 所以圆心 $O(0,0)$, 半径 $r_1 = 2$,

由圆 $C: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$, 圆心 $C(1,2)$, 半径 $r_2 = 5$,

则两圆心的距离 $\sqrt{5} \leq 5 - 2 = 3$ ，所以圆 C 与圆 O 内含，故 A 错误；

$$l: (2m+1)x + (m+1)y - 7m - 4 = 0,$$

所以 $2mx + x + my + y - 7m - 4 = 0$ ，即 $m(2x + y - 7) + x + y - 4 = 0$ ，

所以 $\begin{cases} 2x + y - 7 = 0 \\ x + y - 4 = 0 \end{cases}$ ，故 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ ，所以直线过定点为 $Q(3, 1)$ ，故 B 正确；

当直线 l 与 CQ 垂直时，弦长最小，则圆心到直线 l 的距离为： $d = |CQ| = \sqrt{(3-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{5}$ ，

所以最小弦长为： $2\sqrt{r_2^2 - d^2} = 2\sqrt{25 - 5} = 4\sqrt{5}$ ，故 C 正确；

过点 P 作圆 O 的两条切线，切点分别为 A, B 。

则 P, A, O, B 所在圆的圆心为 PO 的中点 $(1, 2)$ ，半径为 $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ，

所以 P, A, O, B 所在圆的方程为： $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ ，

则直线 AB 为圆 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 的公共弦，

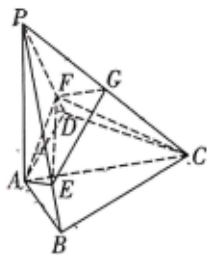
$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 两式相减得：

$x + 2y - 2 = 0$ ，故 D 正确；

故选：BCD

11. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ，且 $AD = 2$ ，

$AC = PA = 4$ ， $AB \perp BC$ 。 G 为 PC 的中点， E 、 F 分别为棱 PB 、 PD 上的动点。下列说法中，正确的是（ ）



A. 四棱锥 $P-ABCD$ 的外接球表面积为 32π

B. 若 $PC \perp$ 平面 EFG ，则 $PE = \frac{4\sqrt{10}}{5}$

C. 若点 F 与点 D 重合， $\overrightarrow{PE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{PB}$ ，则 A 、 E 、 G 、 F 四点共面

D. 若 $BD \parallel$ 平面 $AEFG$, 则 $PE = \frac{8\sqrt{5}}{5}$

【答案】ACD

【解析】

【分析】A 选项, 作出辅助线, 得到 G 为四棱锥 $P-ABCD$ 的外接球球心, 从而求出外接球半径和表面积; B 选项, 由线面垂直得到 $PC \perp EG$, 求出各边长, 在 $\triangle PBC$ 中, 由余弦定理得 $\cos \angle BPC = \frac{\sqrt{10}}{4}$,

求出 $PE = \frac{PG}{\cos \angle BPC} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$; C 选项, 建立空间直角坐标系, 分别求出平面 ADE 和平面 GDE 的法向量, 两者平行, 故四点共面; D 选项, 由线面平行性质得到线线平行, 进而推出 $PC \perp$ 平面 $AEFG$,

$PC \perp EG$, 由 B 选项知, $PE = \frac{8\sqrt{5}}{5}$, D 正确.

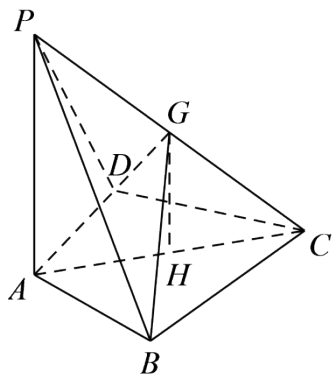
【详解】A 选项, 取 AC 的中点 H ,
 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$, 且 $AB \perp BC$, 故 $AD \perp DC$,
 则四边形 $ABCD$ 的外接圆圆心为 H , 连接 GH ,
 则 $GH \parallel PA$,

因为 $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 所以 $GH \perp$ 平面 $ABCD$,

所以 $GA = GB = GC = GD = GP$, 即 G 为四棱锥 $P-ABCD$ 的外接球球心,

又 $AC = PA = 4$, 故外接球半径 $r = \sqrt{GH^2 + AH^2} = 2\sqrt{2}$,

外接球表面积为 $4\pi r^2 = 32\pi$, A 正确;



B 选项, 因为 $PC \perp$ 平面 EFG , $EG \subset$ 平面 EFG ,

所以 $PC \perp EG$,

因为 $AC = 4, AD = AB = 2$, 由勾股定理得 $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2\sqrt{3}$,

因为 $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AB \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $PA \perp AB$,

由勾股定理得 $PB = \sqrt{PA^2 + AB^2} = 2\sqrt{5}$, 且 $PC = \sqrt{PA^2 + AC^2} = 4\sqrt{2}$,

在 $\triangle PBC$ 中, 由余弦定理得 $\cos \angle BPC = \frac{PB^2 + PC^2 - BC^2}{2PB \cdot PC} = \frac{20 + 32 - 12}{2 \times 2\sqrt{5} \times 4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{4}$,

$$PE = \frac{PG}{\cos \angle BPC} = \frac{2\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{10}}{4}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

在 $Rt \triangle PGE$ 中, , B 错误;

C 选项, 以 B 为坐标原点, BC, BA 所在直线分别为 x, y 轴, 平行 AP 的直线为 z 轴, 建立空间直角坐标系,

点 F 与点 D 重合, $\overrightarrow{PE} = \frac{2}{3} \overrightarrow{PB}$,

故 $A(0, 2, 0), D(\sqrt{3}, 3, 0), G(\sqrt{3}, 1, 2), E\left(0, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$,

设平面 ADE 的法向量为 $\vec{m} = (x, y, z)$,

$$\begin{cases} \vec{m} \cdot \overrightarrow{AD} = (x, y, z) \cdot (\sqrt{3}, 1, 0) = \sqrt{3}x + y = 0 \\ \vec{m} \cdot \overrightarrow{AE} = (x, y, z) \cdot \left(0, -\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right) = -\frac{4}{3}y + \frac{4}{3}z = 0 \end{cases}$$

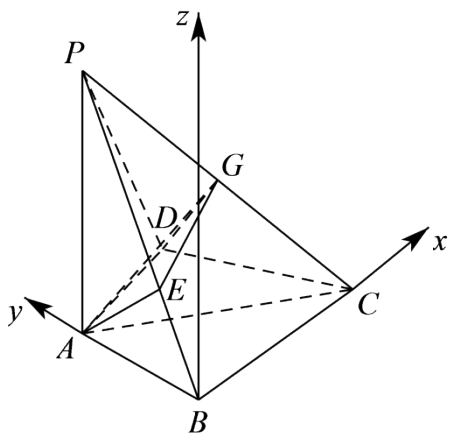
令 $x = 1$, 则 $y = z = -\sqrt{3}$, 故 $\vec{m} = (1, -\sqrt{3}, -\sqrt{3})$,

设平面 GDE 的法向量为 $\vec{n} = (x_1, y_1, z_1)$,

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{GD} = (x_1, y_1, z_1) \cdot (0, 2, -2) = 2y_1 - 2z_1 = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{GE} = (x_1, y_1, z_1) \cdot \left(-\sqrt{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right) = -\sqrt{3}x_1 - \frac{1}{3}y_1 - \frac{2}{3}z_1 = 0 \end{cases}$$

令 $x_1 = 1$, 解得 $y_1 = z_1 = -\sqrt{3}$, 故 $\vec{n} = (1, -\sqrt{3}, -\sqrt{3})$,

$\vec{m} = \vec{n}$, 所以若点 F 与点 D 重合, $\overrightarrow{PE} = \frac{2}{3} \overrightarrow{PB}$, 则 A, E, G, F 四点共面, C 正确;



D 选项, $BD \parallel$ 平面 $AEGF$, $BD \subset$ 平面 PBD , 且平面 $PBD \cap$ 平面 $AEGF = EF$,

所以 $BD \parallel EF$,

由对称性可知 $AC \perp BD$,

因为 $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $BD \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $PA \perp BD$,

因为 $AC \cap PA = A$, $AC, PA \subset$ 平面 PAC , 所以 $BD \perp$ 平面 PAC ,

因为 $PC \subset$ 平面 PAC , 所以 $BD \perp PC$, 故 $PC \perp EF$,

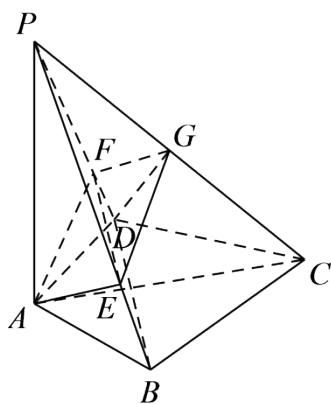
因为 $AC = PA = 4$, 由三线合一得 $PC \perp AG$,

又 EF, AG 为平面 $AEGF$ 的两条相交线, 故 $PC \perp$ 平面 $AEGF$,

因为 $EG \subset$ 平面 $AEGF$,

所以 $PC \perp EG$,

由 B 选项知, $PE = \frac{8\sqrt{5}}{5}$, D 正确.



故选: ACD

【点睛】方法点睛: 几何体外接球问题, 通常要找到几何体的一个特殊平面, 利用正弦定理或几何性质找

到其外心，求出外接圆的半径，进而找到球心的位置，根据半径相等列出方程，求出半径，再求解外接球表面积或体积.

第II卷（非选择题，共 92 分）

注意事项：

第II卷用黑色碳素笔在答题卡上各题的答题区域内作答，在试题卷上作答无效

三、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

12. 直线 $2x + y + 6 = 0$ 在 x 轴上的截距为_____.

【答案】 -3

【解析】

【分析】在直线方程中令 $y = 0$ 即可求解.

【详解】令 $y = 0$ ，则 $2x + 6 = 0$ ，

解得 $x = -3$ ，

即直线 $2x + y + 6 = 0$ 在 x 轴上的截距为 -3 ，

故答案为： -3

13. 已知 A 、 B 为椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ 上的两个点，且直线 AB 的方程为 $y = -x + 1$ ，则 AB 中点与原点连线的斜率为_____.

【答案】 $\frac{1}{2}$ 0.5

【解析】

【分析】设点 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，中点 $M(x_0, y_0)$ ，利用点差法及斜率公式可得解.

【详解】设点 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，中点 $M(x_0, y_0)$ ，

则 $x_1 + x_2 = 2x_0$ ， $y_1 + y_2 = 2y_0$ ，

又点 A 、 B 为椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ 上的两个点，

$$\text{则 } \begin{cases} \frac{x_1^2}{4} + \frac{y_1^2}{2} = 1 \\ \frac{x_2^2}{4} + \frac{y_2^2}{2} = 1 \end{cases},$$

$$\text{两式做差可得 } \frac{x_1^2 - x_2^2}{4} + \frac{y_1^2 - y_2^2}{2} = 0,$$

$$\text{即 } \frac{(x_1 + x_2)(x_1 - x_2)}{4} + \frac{(y_1 + y_2)(y_1 - y_2)}{2} = 0,$$

$$\text{代入 } x_1 + x_2 = 2x_0, y_1 + y_2 = 2y_0, \text{ 则 } \frac{(x_1 - x_2)x_0}{2} + (y_1 - y_2)y_0 = 0,$$

$$\text{即 } \frac{y_0}{x_0} = -\frac{x_1 - x_2}{2(y_1 - y_2)},$$

$$\text{又直线 } AB \text{ 的方程为 } y = -x + 1,$$

$$\text{即 } \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -1,$$

$$\text{所以 } \frac{y_0}{x_0} = \frac{1}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{2}.$$

14. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 可由等轴双曲线 $x^2 - y^2 = a^2$ 绕原点逆时针旋转 $\frac{\pi}{4}$ 得到, 若 $\triangle ABC$ 的三个顶点均在双曲线 $x^2 - y^2 = 2$ 上, 则 $\triangle ABC$ 垂心的轨迹方程是_____. (三角形三条高线交于一点, 此点即为垂心)

【答案】 $x^2 - y^2 = 2$

【解析】

【分析】 设 $\triangle ABC$ 垂心坐标为 $H(x, y)$, 且 $\triangle ABC$ 三个顶点都在等轴双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上, 即 $A(a, \frac{k}{a}), B(b, \frac{k}{b}), C(c, \frac{k}{c})$, 再计算边 AB, BC 的垂线方程, 并求垂心 H 的坐标, 可得垂心的横纵坐标的乘积为 $xy = k$, 即 $\triangle ABC$ 垂心的轨迹方程就是等轴双曲线本身.

【详解】 等轴双曲线 $x^2 - y^2 = 2$ 上三点 A, B, C 的垂心的轨迹方程就是等轴双曲线 $x^2 - y^2 = 2$ 本身.
证明如下:

由题意, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 可由等轴双曲线 $x^2 - y^2 = a^2$ 绕原点逆时针旋转 $\frac{\pi}{4}$ 得到,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/988014136014006142>