2022 北京昌平初三（上）期末

数　　学

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1．已知 $\angle A$ 为锐角，且 $\sin A=\frac{1}{2}$，那么 $\angle A$ 等于（　　）

A．15°　　B．30°　　C．45°　　D．60°

2．已知 $3a=4b(ab\neq 0)$，则下列各式正确的是（　　）

A．$\frac{a}{b}=\frac{4}{3}$　　B．$\frac{a}{b}=\frac{3}{4}$　　C．$\frac{a}{3}=\frac{b}{4}$　　D．$\frac{a}{3}=\frac{4}{b}$

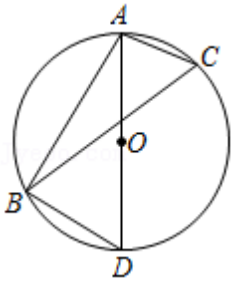
3．抛物线 $y=x^2-2$ 的顶点坐标为（　　）

A．$(0,-2)$　　B．$(-2,0)$　　C．$(0,2)$　　D．$(2,0)$

4．已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象经过点 $A(2,3)$，则 k 的值为（　　）

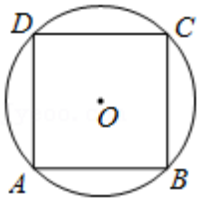
A．3　　B．4　　C．5　　D．6

5．如图，AD 是 ΔABC 的外接圆 $\odot O$ 的直径，若 $\angle BCA=50°$，则 $\angle BAD=$（　　）



A．30°　　B．40°　　C．50°　　D．60°

6．如图，面积为 18 的正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$，则 $\odot O$ 的半径为（　　）



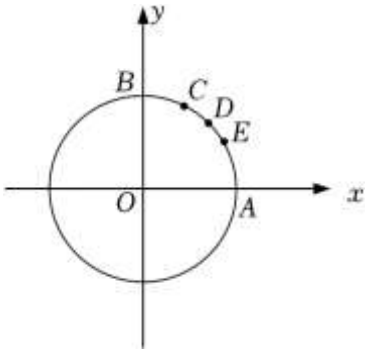
A．$\frac{3}{2}$　　B．$\frac{3}{2}\sqrt{2}$　　C．3　　D．$3\sqrt{2}$

7．关于二次函数 $y=-(x-2)^2+3$，以下说法正确的是（　　）

A．当 $x>-2$ 时，y 随 x 增大而减小　　B．当 $x>-2$ 时，y 随 x 增大而增大

C．当 $x>2$ 时，y 随 x 增大而减小　　D．当 $x>2$ 时，y 随 x 增大而增大

8．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，$\odot O$ 的半径为 2，与 x 轴，y 轴的正半轴分别交于点 A，B，点 $C(1,c)$，$D(\sqrt{2},d)$，$E(e,1)$，$P(m,n)$ 均为 AB 上的点（点 P 不与点 A，B 重合），若 $m<n<\sqrt{3}m$，则点 P 的位置为（　　）



A．在 BC 上　　B．在 CD 上　　C．在 DE 上　　D．在 EA 上

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

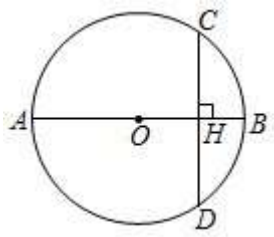
9．写出一个开口向下，与 y 轴交于点 $(0,1)$ 的抛物线的函数表达式：____.

10．已知 $\odot O$ 的半径为 $5cm$，圆心 O 到直线 l 的距离为 $4cm$，那么直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系是____.

11．若扇形的圆心角为 $60°$，半径为 2，则该扇形的弧长是 ____（结果保留 π）.

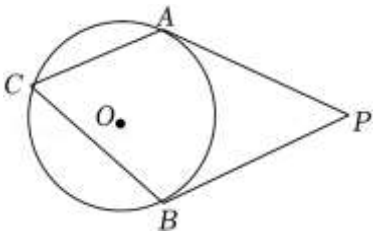
12．点 $A(-1,y_1)$，$B(4,y_2)$ 是二次函数 $y=(x-1)^2$ 图象上的两个点，则 y_1 ____ y_2（填“$>$”，“$<$”或“$=$”）.

13．如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于点 H，若 $AB=10$，$CD=8$，则 OH 的长度为____.



14．已知反比例函数 $y=\dfrac{m-1}{x}$ 的图象分布在第二、四象限，则 m 的取值范围是 ____.

15．如图，PA，PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A，B 两点，C 是优弧 AB 上的一个动点，若 $\angle P=50°$，则 $\angle ACB=$ ____ °.

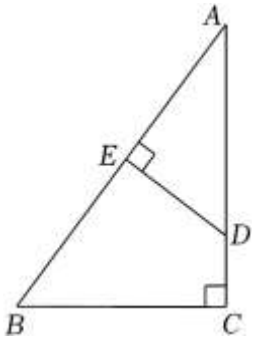


16．点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)(x_1\cdot x_2\geqslant 0)$ 是 $y=ax^2(a\neq 0)$ 图象上的点，存在 $|x_1-x_2|=1$ 时，$|y_1-y_2|=1$ 成立，写出一个满足条件 a 的值 ____.

三、解答题（本题共 12 道小题，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 5 分，第 27、28 题，每小题 5 分，共 68 分）

17．（5 分）计算：$2\sin 60°+\tan 45°-\cos 30°\tan 60°$.

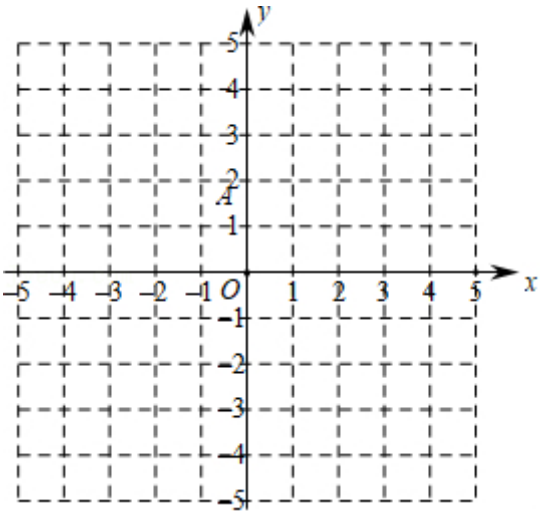
18．（5 分）如图，在 ΔABC 中，$\angle C=90°$，$AC=4$，$AB=5$，点 D 在 AC 上且 $AD=3$，$DE\perp AB$ 于点 E，求 AE 的长.



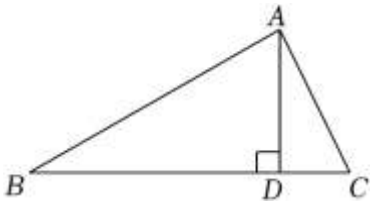
19.（5 分）已知：二次函数 $y=x^2-4x+3$.

（1）求出二次函数图象的顶点坐标及与 x 轴交点坐标；

（2）在坐标系中画出图象，并结合图象直接写出 $y<0$ 时，自变量 x 的取值范围.



20.（5 分）如图，在 ΔABC 中，$\angle B=30°$，$AB=4$，$AD\perp BC$ 于点 D 且 $\tan\angle CAD=\dfrac{1}{2}$，求 BC 的长.



21.（5 分）已知：如图，ΔABC 为锐角三角形，$AB=AC$.

求作：一点 P，使得 $\angle APC=\angle BAC$.

作法：①以点 A 为圆心，AB 长为半径画圆；

②以点 B 为圆心，BC 长为半径画弧，交 $\odot A$ 于点 C，D 两点；

③连接 DA 并延长交 $\odot A$ 于点 P .

点 P 即为所求.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明：

证明：连接 PC，BD .

$\because AB=AC$，

$\therefore$ 点 C 在 $\odot A$ 上.

$\because BC=BD$，

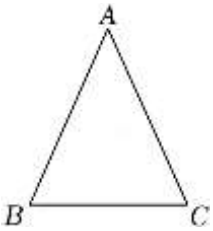
$\therefore \angle$____$=\angle$____.

$\therefore \angle BAC=\frac{1}{2}\angle CAD$.

$\because$点D，P在$\odot A$上，

$\therefore \angle CPD=\frac{1}{2}\angle CAD$．（____）（填推理的依据）

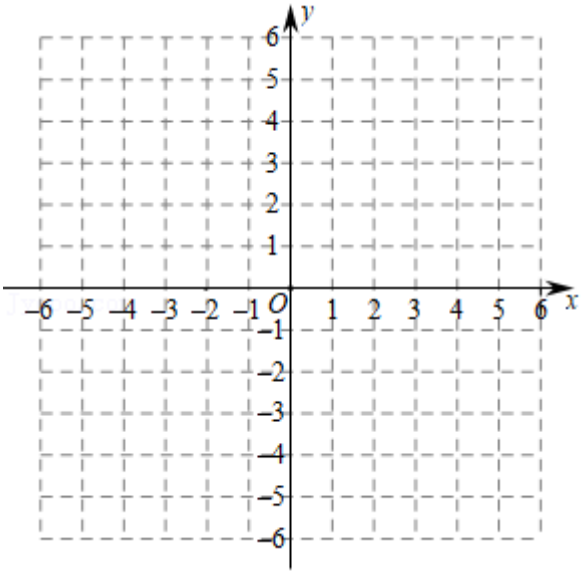
$\therefore \angle APC=\angle BAC$．



22．（5 分）如图，在平面直角坐标系xOy中，$A(a,2)$是一次函数$y=x-1$的图象与反比例函数$y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$的图象的交点．

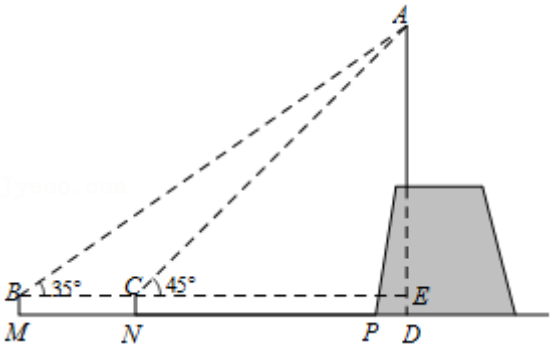
（1）求反比例函数$y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$的表达式；

（2）过点$P(n,0)$且垂直于x轴的直线与一次函数图象，反比例函数图象的交点分别为M，N，当$S_{\Delta OPM}>S_{\Delta OPN}$时，直接写出$n$的取值范围．



23．（6分）居庸关位于距北京市区50余公里外的昌平区境内，是京北长城沿线上的著名古关城，有“天下第一雄关”的美誉．某校数学社团的同学们使用皮尺和测角仪等工具，测量南关主城门上城楼顶端距地面的高度，下表是小强填写的实践活动报告的部分内容：请你帮他计算出城楼的高度AD．（结果精确到$0.1m$，$\sin 35°\approx 0.574$，$\cos 35°\approx 0.819$，$\tan 35°\approx 0.700$)

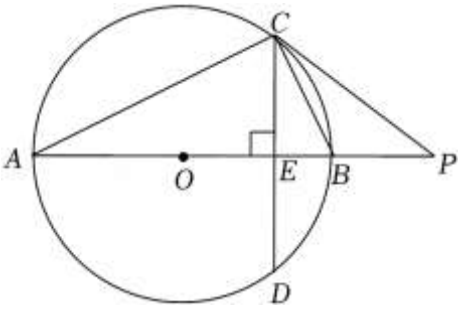
题目	测量城楼顶端到地面的高度

测量目标示意图		
相关数据	$BM=1.6m$，$BC=13m$，$\angle ABC=35°$，$\angle ACE=45°$	

24.（6 分）如图，$\odot O$ 是 ΔABC 的外接圆，AB 是 $\odot O$ 的直径，$AB\perp CD$ 于点 E，P 是 AB 延长线上一点，且 $\angle BCP=\angle BCD$．

（1）求证：CP 是 $\odot O$ 的切线；

（2）连接 DO 并延长，交 AC 于点 F，交 $\odot O$ 于点 G，连接 GC．若 $\odot O$ 的半径为 5，$OE=3$，求 GC 和 OF 的长．



25.（6 分）随着冬季的到来，干果是这个季节少不了的营养主角，某超市购进一批干果，分装成营养搭配合理的小包装后出售，每袋成本 20 元．销售过程中发现，每天销售量 y（袋）与销售单价 x（元）之间的关系可近似地看作一次函数：$y=-2x+80(20\leqslant x\leqslant 40)$，设每天获得的利润为 w（元）．

（1）求出 w 与 x 的关系式；

（2）当销售单价定为多少元时，每天可获得最大利润？最大利润是多少？

26.（6 分）在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(1,m)$ 和点 $(3,n)$ 在二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象上．

（1）当 $m=-3$ 时．

①求这个二次函数的顶点坐标；

②若点 $(-1,y_1)$，(a,y_2) 在二次函数的图象上，且 $y_2>y_1$，则 a 的取值范围是 ____；

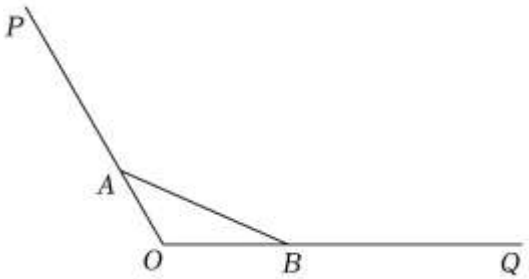
（2）当 $mn<0$ 时，求 b 的取值范围．

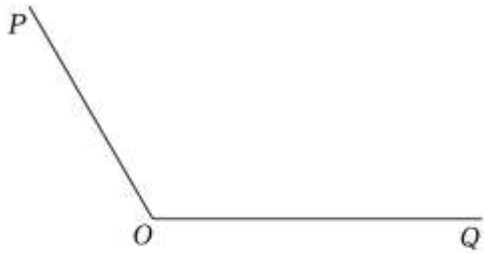
27.（7 分）已知 $\angle POQ=120°$，点 A，B 分别在 OP，OQ 上，$OA<OB$，连接 AB，在 AB 上方作等边 ΔABC，点 D 是 BO 延长线上一点，且 $AB=AD$，连接 AD．

（1）补全图形；

（2）连接 OC，求证：$\angle COP=\angle COQ$；

（3）连接 CD，CD 交 OP 于点 F，请你写出一个 $\angle DAB$ 的值，使 $CD=OB+OC$ 一定成立，并证明．





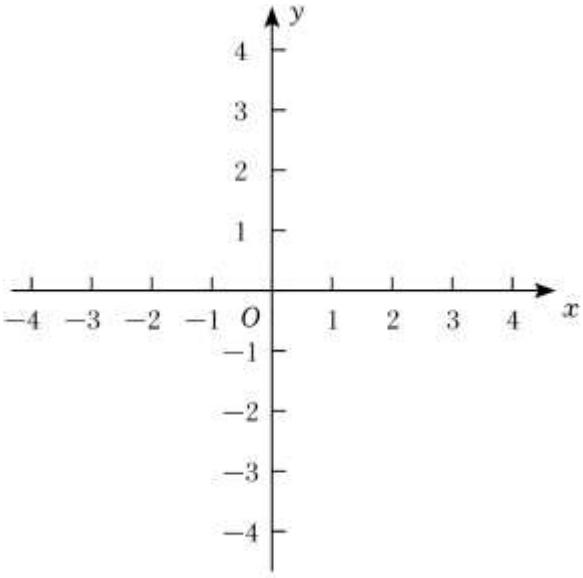
备用图

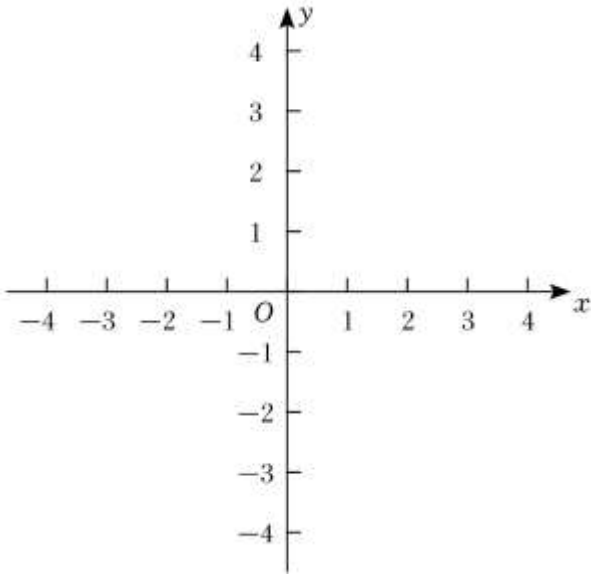
28.（7 分）在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 P，O，Q 给出如下定义：若 $OQ<PO<PQ$ 且 $PO\leqslant 2$，我们称点 P 是线段 OQ 的“潜力点”．已知点 $O(0,0)$，$Q(1,0)$．

（1）在 $P_1(0,-1)$，$P_2(\frac{1}{2},\frac{3}{2})$，$P_3(-1,1)$ 中是线段 OQ 的“潜力点”是 ____；

（2）若点 P 在直线 $y=x$ 上，且为线段 OQ 的“潜力点”，求点 P 横坐标的取值范围；

（3）直线 $y=2x+b$ 与 x 轴交于点 M，与 y 轴交于点 N，当线段 MN 上存在线段 OQ 的“潜力点”时，直接写出 b 的取值范围．





参考答案

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1.【分析】根据特殊角的三角函数值求解.

【解答】解：$\because \sin A=\frac{1}{2}$，$\angle A$ 为锐角，

$\therefore \angle A=30°$.

故选：B.

【点评】本题考查了特殊角的三角函数值，解答本题的关键是掌握几个特殊角的三角函数值.

2.【分析】比例的性质：内项之积等于外项之积，依此即可求解.

【解答】解：A、由 $\frac{a}{b}=\frac{4}{3}$ 可得 $3a=4b$，故选项正确；

B、由 $\frac{a}{b}=\frac{3}{4}$ 可得 $4a=3b$，故选项错误；

C、由 $\frac{a}{3}=\frac{b}{4}$ 可得 $4a=3b$，故选项错误；

D、由 $\frac{a}{3}=\frac{4}{b}$ 可得 $ab=3\times 4=12$，故选项错误.

故选：A.

【点评】本题考查了比例的性质，熟练掌握比例的性质是解题的关键.

3.【分析】根据顶点式的坐标特点，直接写出顶点坐标即对称轴.

【解答】解：抛物线 $y=x^2-2$ 是顶点式，

根据顶点式的坐标特点可知，

顶点坐标为 $(0,-2)$，

故选：A.

【点评】此题考查了二次函数的性质，二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的顶点坐标为 (h,k)，对称轴为 $x=h$.

4.【分析】把 A 点坐标代 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 中即可求出 k 的值.

【解答】解：$\because$ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象经过点 $A(2,3)$，

$\therefore 3=\frac{k}{2}$，

$\therefore k=6$，

故选：D.

【点评】本题考查了反比例函数上点的坐标特征，熟知反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键.

5.【分析】根据圆周角定理推论：直径所对圆周角为直角、同圆中等弧所对圆周角相等即可得到结论.

【解答】解：$\because AD$ 是 ΔABC 的外接圆 $\odot O$ 的直径，

$\therefore$ 点 A，B，C，D 在 $\odot O$ 上，

$\because \angle BCA = 50°$，

$\therefore \angle ADB = \angle BCA = 50°$，

$\because AD$ 是 ΔABC 的外接圆 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ABD = 90°$，

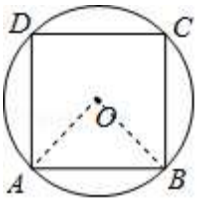
$\therefore \angle BAD = 90° - 50° = 40°$，

故选： B .

【点评】本题考查了三角形的外接圆与外心，圆周角定理，由圆周角定理得到 $\angle ADB = 50°$， $\angle ABD = 90°$ 是解题的关键.

6.【分析】连接 OA 、 OB ，则 ΔOAB 为等腰直角三角形，由正方形面积为 18，可求边长为 $3\sqrt{2}$ ，进而可得半径为 3.

【解答】解：如图，连接 OA ， OB ，则 $OA = OB$ ，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle AOB = 90°$，

$\therefore \Delta OAB$ 是等腰直角三角形，

$\because$ 正方形 $ABCD$ 的面积是 18，

$\therefore AB = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ，

$\therefore OA = OB = \dfrac{\sqrt{2}}{2} AB = 3$ ，

故选： C .

【点评】本题考查了正多边形和圆、正方形的性质、构造等腰直角三角形是解题的关键.

7.【分析】根据二次函数的顶点式可以得出图象的对称轴和开口方向，从而确定函数的增减性.

【解答】解：$\because$ 抛物线的解析式为 $y = -(x-2)^2 + 3$ ，

$\therefore$ 该抛物线的对称轴为直线 $x = 2$ ，开口向下，

$\therefore$ 当 $x < 2$ 时， y 随 x 增大而增大，当 $x > 2$ 时， y 随 x 增大而减小，

故选： C .

【点评】本题主要考查二次函数的图象与性质，关键是要牢记顶点式与图象的关系.

8.【分析】如图，过点 C 作 $CH \perp x$ 轴于点 H ，过点 D 作 $DG \perp x$ 轴于点 G ，过点 E 作 $EF \perp x$ 轴于点 F ，利用勾股定理求出 c 、 d 、 e 的值，观察点的坐标变化规律即可得出答案.

【解答】解：如图，过点 C 作 $CH \perp x$ 轴于点 H ，过点 D 作 $DG \perp x$ 轴于点 G ，过点 E 作 $EF \perp x$ 轴于点 F ，

$\because C(1, c)$ ， $D(\sqrt{2}$ ， $d)$ ， $E(e, 1)$ ，

$\therefore OH = 1$ ， $OG = \sqrt{2}$ ， $EF = 1$ ，

$\because OC = OD = OE = 2$ ， $\angle CHO = \angle DGO = \angle EFO = 90°$ ，

$\therefore c = CH = \sqrt{OC^2 - OH^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$，

$d = DG = \sqrt{OD^2 - OG^2} = \sqrt{2^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}$，

$e = OF = \sqrt{OE^2 - EF^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$，

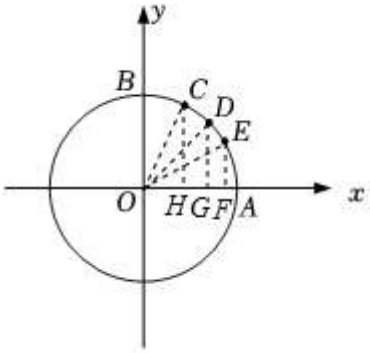
$\therefore C(1, \sqrt{3})$，$D(\sqrt{2}$，$\sqrt{2})$，$E(\sqrt{3}$，$1)$，

由图可知：随着 $\angle COH --\angle DOG --\angle EOF$ 角度逐渐变小，点 C 、D 、E 的横坐标逐渐增大，纵坐标逐渐减小，

$\because m < n < \sqrt{3}m$，

$\therefore$ 点 P 在 CD 上．

故选：B．



【点评】本题考查了圆的性质，坐标与图形性质，勾股定理，运用勾股定理求出 C 、D 、E 的坐标是解题关键．

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

9.【分析】开口向下可确定二次项系数小于 0，与 y 轴交于点 $(0,1)$ 可确定常数项为 1．

【解答】解：设二次函数的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$，

$\because$ 该函数的图象开口向下，

$\therefore a < 0$，可以取 $a = -1$，

$\because$ 当 $x = 0$，$y = 1$，

$\therefore c = 1$，

$\therefore$ 满足条件的一个函数为 $y = -x^2 + 1$，

故答案为：$y = -x^2 + 1$，（答案不唯一）．

【点评】本题主要考查二次函数的图象与系数之间的关系，关键是要牢记系数和图象开口，顶点，对称轴，坐标轴交点之间的关系．

10.【分析】由题意得出 $d < r$，根据直线和圆的位置关系的判定方法判断即可．

【解答】解：$\therefore \odot O$ 的半径为 $5cm$，如果圆心 O 到直线 l 的距离为 $4cm$，

$\therefore 4 < 5$，

即 $d < r$，

$\therefore$ 直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系是相交．

故答案为：相交．

【点评】本题考查了直线和圆的位置关系的应用；注意：已知 $\odot O$ 的半径为 r，如果圆心 O 到直线 l 的距离是 d，当 $d > r$ 时，直线和圆相离，当 $d = r$ 时，直线和圆相切，当 $d < r$ 时，直线和圆相交．

11.【分析】利用弧长公式计算即可.

【解答】解：∵扇形的圆心角为60°，半径为2，

∴扇形的弧长$=\frac{60\pi\times2}{180}=\frac{2}{3}\pi$.

故答案为：$\frac{2}{3}\pi$.

【点评】此题考查弧长公式：$l=\frac{n\pi R}{180}$，关键是记住弧长公式，属于中考基础题.

12.【分析】由于知道二次函数的解析式，且知道A、B两点的横坐标，故可将两点横坐标分别代入二次函数解析式求出y_1、y_2的值，再比较即可.

【解答】解：把$A(-1,y_1)$、$B(4,y_2)$代入二次函数$y=(x-1)^2$得，

$y_1=(-1-1)^2=4$；$y_2=(4-1)^2=9$，

所以$y_1<y_2$.

故答案为$<$.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，要明确：二次函数图象上点的坐标符合函数解析式.

13.【分析】根据垂径定理由$CD\perp AB$得到$CH=\frac{1}{2}CD=4$，再根据勾股定理计算出$OH=3$.

【解答】解：连接OC，

∵$CD\perp AB$，

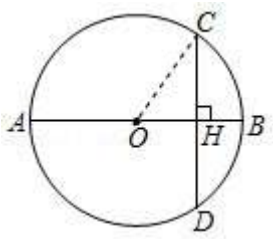
∴$CH=DH=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\times8=4$，

∵直径$AB=10$，

∴$OC=5$，

在RtΔOCH中，$OH=\sqrt{OC^2-CH^2}=3$，

故答案为：3.



【点评】本题考查了垂径定理：垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧.

14.【分析】根据反比例函数的图象和性质，由$m-1<0$即可解得答案.

【解答】解：∵反比例函数$y=\frac{m-1}{x}$的图象分布在第二、四象限，

∴$m-1<0$.

解得$m<1$.

故答案是：$m<1$.

【点评】本题考查了反比例函数的图象和性质：当$k>0$时，图象分别位于第一、三象限；当$k<0$时，图象分别位

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/988070010005007011