

2024 届新疆昌吉市高三数学试题教学情况调查（一）数学试题

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 从 5 名学生中选出 4 名分别参加数学，物理，化学，生物四科竞赛，其中甲不能参加生物竞赛，则不同的参赛方案种数为

- A. 48 B. 72 C. 90 D. 96

2. 设复数 z 满足 $z - iz = 2 + i$ (i 为虚数单位)，则 z 在复平面内对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 已知 $2^a = 3^b = 6$ ，则 a, b 不可能满足的关系是 ()

- A. $a + b = ab$ B. $a + b > 4$ C. $(a-1)^2 + (b-1)^2 < 2$ D. $a^2 + b^2 > 8$

4. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB = 1$ ， $AD = \sqrt{2}$ ， $AA_1 = \sqrt{3}$ ，则直线 DD_1 与平面 ABC_1 所成角的余弦值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

5. 设 i 是虚数单位， $a \in \mathbf{R}$ ， $\frac{5+ai}{a+i} = 3-2i$ ，则 $a =$ ()

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

6. 若 $\left(2x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^n$ 的二项式展开式中二项式系数的和为 32，则正整数 n 的值为 ()

- A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

7. 高斯是德国著名的数学家，近代数学奠基者之一，享有“数学王子”的称号，用其名字命名的“高斯函数”为：设

$x \in \mathbf{R}$ ，用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，则 $y = [x]$ 称为高斯函数，例如： $[-0.5] = -1$ ， $[1.5] = 1$ ，已知函数

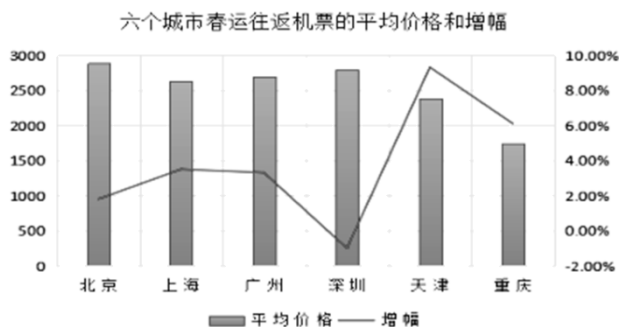
$f(x) = 4^{x-\frac{1}{2}} - 3 \cdot 2^x + 4$ ($0 < x < 2$)，则函数 $y = [f(x)]$ 的值域为 ()

- A. $\left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{-1, 0, 1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

8. 若 $\left(x^2 + \frac{a}{x}\right)^6$ 的展开式中 x^6 的系数为 150，则 $a^2 =$ ()

- A. 20 B. 15 C. 10 D. 25

9. 下图是民航部门统计的某年春运期间，六个城市售出的往返机票的平均价格（单位元），以及相比于上一年同期价格变化幅度的数据统计图，以下叙述不正确的是（ ）



- A. 深圳的变化幅度最小，北京的平均价格最高
 B. 天津的往返机票平均价格变化最大
 C. 上海和广州的往返机票平均价格基本相当
 D. 相比于上一年同期，其中四个城市的往返机票平均价格在增加

10. 已知实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x + y - 1 \geq 0 \\ 2x - y + 4 \geq 0 \\ 4x + y - 4 \leq 0 \end{cases}$ ，则 $|3x + 4y|$ 的最小值为（ ）

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

11. 已知数列 $a_1, \frac{a_2}{a_1}, \frac{a_3}{a_2}, \dots, \frac{a_n}{a_{n-1}}$ 是首项为 8，公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列，则 a_3 等于（ ）

- A. 64 B. 32 C. 2 D. 4

12. 百年双中的校训是“仁”、“智”、“雅”、“和”.在 2019 年 5 月 18 日的高三趣味运动会中有这样一个小游戏.袋子中有大小、形状完全相同的四个小球，分别写有“仁”、“智”、“雅”、“和”四个字，有放回地从中任意摸出一个小球，直到“仁”、“智”两个字都摸到就停止摸球.小明同学用随机模拟的方法恰好在第三次停止摸球的概率.利用电脑随机产生 1 到 4 之间（含 1 和 4）取整数值的随机数，分别用 1, 2, 3, 4 代表“仁”、“智”、“雅”、“和”这四个字，以每三个随机数为一组，表示摸球三次的结果，经随机模拟产生了以下 20 组随机数：

141 432 341 342 234 142 243 331 112 322

342 241 244 431 233 214 344 142 134 412

由此可以估计，恰好第三次就停止摸球的概率为（ ）

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

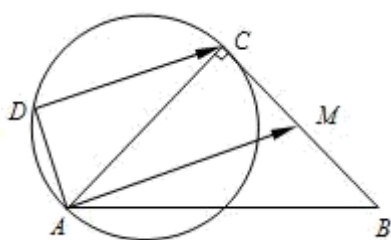
13. 设 $f(x)$ 为偶函数，且当 $x \in (-2, 0]$ 时， $f(x) = -x(x+2)$ ；当 $x \in [2, +\infty)$ 时， $f(x) = (a-x)(x-2)$. 关于函数

$g(x) = f(x) - m$ 的零点，有下列三个命题：

- ①当 $a = 4$ 时，存在实数 m ，使函数 $g(x)$ 恰有 5 个不同的零点；
- ②若 $\forall m \in [0, 1]$ ，函数 $g(x)$ 的零点不超过 4 个，则 $a \leq 2$ ；
- ③对 $\forall m \in (1, +\infty)$ ， $\exists a \in (4, +\infty)$ ，函数 $g(x)$ 恰有 4 个不同的零点，且这 4 个零点可以组成等差数列。

其中，正确命题的序号是_____。

14. 如图,已知 $AC = BC = 4$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， M 为 BC 的中点， D 为以 AC 为直径的圆上一动点，则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{DC}$ 的最小值是_____。



15. 直线 $mx + ny - 2 = 0$ ($m > 0$, $n > 0$) 过圆 $C: x^2 + y^2 - 2x - 2y - 1 = 0$ 的圆心，则 $\frac{2}{m} + \frac{4}{n}$ 的最小值是_____。

16. 某同学周末通过抛硬币的方式决定出去看电影还是在家学习，抛一枚硬币两次，若两次都是正面朝上，就在家学习，否则出去看电影，则该同学在家学习的概率为_____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知抛物线 $W: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上一点 $C(t, 2)$ 到焦点 F 的距离为 2，

(1) 求 t 的值与抛物线 W 的方程；

(2) 抛物线上第一象限内的动点 A 在点 C 右侧，抛物线上第四象限内的动点 B ，满足 $OA \perp BF$ ，求直线 AB 的斜率范围。

18. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} + t \\ y = -\sqrt{3}t \end{cases}$ (t 为参数)，以坐标原点为极点， x 轴正半轴为极轴，建立极坐标系，已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 4 \cos \theta$ 。

(1) 求直线 l 的普通方程与曲线 C 的直角坐标方程；

(2) 设点 $M(0, 3)$ ，直线 l 与曲线 C 交于不同的两点 A 、 B ，求 $\frac{1}{|MA|} + \frac{1}{|MB|}$ 的值。

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = x|x + a|$, $a \in \mathbb{R}$ 。

(1) 若 $f(1) + f(-1) > 1$ ，求 a 的取值范围；

(2) 若 $a < 0$, 对 $\forall x, y \in (-\infty, -a]$, 不等式 $f(x) \leq \left| y + \frac{3}{4} \right| + \left| y + \frac{a}{2} \right|$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

20. (12 分) 设数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 其前 n 项和为 S_n , 且 $a_3 = 2$, $S_9 = 54$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 证明: $\sqrt{\frac{1}{a_1+3}} + \sqrt{\frac{1}{a_2+3}} + \sqrt{\frac{1}{a_3+3}} + \cdots + \sqrt{\frac{1}{a_{100}+3}} > 13$.

21. (12 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{c^2}{2\cos C}$.

(1) 求证: $\tan C = \sin A \sin B$;

(2) 若 $C = \frac{\pi}{6}$, 求 $\cos(A-B)$ 的值.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = e^{ax} - x$ ($a \in \mathbb{R}$, e 为自然对数的底数), $g(x) = \ln x + mx + 1$.

(1) 若 $f(x)$ 有两个零点, 求实数 a 的取值范围;

(2) 当 $a=1$ 时, $x[f(x)+x] \geq g(x)$ 对任意的 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、D

【解析】

因甲不参加生物竞赛, 则安排甲参加另外 3 场比赛或甲学生不参加任何比赛

①当甲参加另外 3 场比赛时, 共有 $C_3^1 \cdot A_4^3 = 72$ 种选择方案; ②当甲学生不参加任何比赛时, 共有 $A_4^4 = 24$ 种选择方

案. 综上所述, 所有参赛方案有 $72+24=96$ 种

故答案为: 96

点睛: 本题以选择学生参加比赛为载体, 考查了分类计数原理、排列数与组合数公式等知识, 属于基础题.

2、A

【解析】

由复数的除法运算可整理得到 z ，由此得到对应的点的坐标，从而确定所处象限.

【详解】

$$\text{由 } z - iz = 2 + i \text{ 得: } z = \frac{2+i}{1-i} = \frac{(2+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+3i}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i,$$

$\therefore z$ 对应的点的坐标为 $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ，位于第一象限.

故选: A .

【点睛】

本题考查复数对应的点所在象限的求解，涉及到复数的除法运算，属于基础题.

3、C

【解析】

根据 $2^a = 3^b = 6$ 即可得出 $a = 1 + \log_2 3$ ， $b = 1 + \log_3 2$ ，根据 $\log_2 3 \cdot \log_3 2 = 1$ ， $\log_3 2 + \log_3 2 > 2$ ，即可判断出结果.

【详解】

$$\because 2^a = 3^b = 6;$$

$$\therefore a = \log_2 6 = 1 + \log_2 3, \quad b = \log_3 6 = 1 + \log_3 2;$$

$$\therefore a + b = 2 + \log_2 3 + \log_3 2 > 4, \quad ab = 2 + \log_2 3 + \log_3 2 > 4, \text{ 故 } A, B \text{ 正确;}$$

$$(a-1)^2 + (b-1)^2 = (\log_2 3)^2 + (\log_3 2)^2 > 2\log_2 3 \cdot \log_3 2 = 2, \text{ 故 } C \text{ 错误;}$$

$$\because a^2 + b^2 = 2 + 2(\log_2 3 + \log_3 2) + (\log_2 3)^2 + (\log_3 2)^2$$

$$> 2 + 4\sqrt{\log_2 3 \cdot \log_3 2} + 2\log_2 3 \cdot \log_3 2 = 8, \text{ 故 } D \text{ 正确}$$

故 C.

【点睛】

本题主要考查指数式和对数式的互化，对数的运算，以及基本不等式： $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ 和不等式 $a^2 + b^2 \geq 2ab$ 的应用，属于中档题

4、C

【解析】

在长方体中 $AB // C_1D_1$ ，得 DD_1 与平面 ABC_1 交于 D_1 ，过 D 做 $DO \perp AD_1$ 于 O ，可证 $DO \perp$ 平面 ABC_1D_1 ，可得

$\angle DD_1A$ 为所求解的角，解 $Rt\triangle ADD_1$ ，即可求出结论.

【详解】

在长方体中 $AB \parallel C_1D_1$ ，平面 ABC_1 即为平面 ABC_1D_1 ，

过 D 做 $DO \perp AD_1$ 于 O ， $\because AB \perp$ 平面 AA_1D_1D ，

$DO \subset$ 平面 AA_1D_1D ， $\therefore AB \perp DO$ ， $AB \perp AD_1 = D$ ，

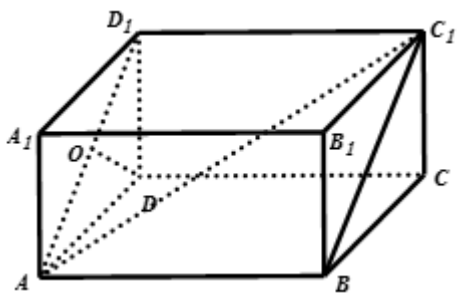
$\therefore DO \perp$ 平面 ABC_1D_1 ， $\therefore \angle DD_1A$ 为 DD_1 与平面 ABC_1 所成角，

在 $Rt\triangle ADD_1$ ， $DD_1 = AA_1 = \sqrt{3}$ ， $AD = \sqrt{2}$ ， $\therefore AD_1 = \sqrt{5}$ ，

$$\therefore \cos \angle DD_1A = \frac{DD_1}{AD_1} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}，$$

$\therefore$ 直线 DD_1 与平面 ABC_1 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{15}}{5}$ 。

故选:C.



【点睛】

本题考查直线与平面所成的角，定义法求空间角要体现“做”“证”“算”，三步骤缺一不可，属于基础题.

5、C

【解析】

由 $\frac{5+ai}{a+i} = 3-2i$ ，可得 $5+ai = (a+i)(3-2i) = 3a+2+(3-2a)i$ ，通过等号左右实部和虚部分别相等即可求出 a 的值.

【详解】

解： $\because \frac{5+ai}{a+i} = 3-2i$ ， $\therefore 5+ai = (a+i)(3-2i) = 3a+2+(3-2a)i$

$$\therefore \begin{cases} 5 = 3a + 2 \\ 3 - 2a = a \end{cases}，解得：a = 1.$$

故选:C.

【点睛】

本题考查了复数的运算，考查了复数相等的涵义.对于复数的运算类问题，易错点是把 i^2 当成1进行运算.

6、C

【解析】

由二项式系数性质， $(a+b)^n$ 的展开式中所有二项式系数和为 2^n 计算.

【详解】

$\left(2x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^n$ 的二项展开式中二项式系数和为 2^n ， $\therefore 2^n = 32, \therefore n = 5$.

故选：C.

【点睛】

本题考查二项式系数的性质，掌握二项式系数性质是解题关键.

7、B

【解析】

利用换元法化简 $f(x)$ 解析式为二次函数的形式，根据二次函数的性质求得 $f(x)$ 的取值范围，由此求得 $y = [f(x)]$ 的值域.

【详解】

因为 $f(x) = 4^{x-\frac{1}{2}} - 3 \cdot 2^x + 4$ ($0 < x < 2$)，所以 $y = \frac{4^x}{4^{\frac{1}{2}}} - 3 \cdot 2^x + 4 = \frac{1}{2}(2^x)^2 - 3 \cdot 2^x + 4$ ，令 $2^x = t$ ($1 < t < 4$)，则

$f(t) = \frac{1}{2}t^2 - 3t + 4$ ($1 < t < 4$)，函数的对称轴方程为 $t = 3$ ，所以 $f(t)_{\min} = f(3) = -\frac{1}{2}$ ， $f(t)_{\max} = f(1) = \frac{3}{2}$ ，所以

$f(x) \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ，所以 $y = [f(x)]$ 的值域为 $\{-1, 0, 1\}$.

故选：B

【点睛】

本小题考查函数的定义域与值域等基础知识，考查学生分析问题，解决问题的能力，运算求解能力，转化与化归思想，换元思想，分类讨论和应用意识.

8、C

【解析】

通过二项式展开式的通项分析得到 $C_6^2 a^2 x^6 = 150x^6$ ，即得解.

【详解】

由已知得 $T_{r+1} = C_6^r (x^2)^{6-r} \left(\frac{a}{x}\right)^r = C_6^r (a)^r x^{12-3r}$ ，

故当 $r = 2$ 时, $12 - 3r = 6$,

于是有 $T_3 = C_6^2 a^2 x^6 = 150x^6$,

则 $a^2 = 10$.

故选: C

【点睛】

本题主要考查二项式展开式的通项和系数问题, 意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

9、D

【解析】

根据条形图可折线图所包含的数据对选项逐一分析, 由此得出叙述不正确的选项.

【详解】

对于 A 选项, 根据折线图可知深圳的变化幅度最小, 根据条形图可知北京的平均价格最高, 所以 A 选项叙述正确.

对于 B 选项, 根据折线图可知天津的往返机票平均价格变化最大, 所以 B 选项叙述正确.

对于 C 选项, 根据条形图可知上海和广州的往返机票平均价格基本相当, 所以 C 选项叙述正确.

对于 D 选项, 根据折线图可知相比于上一年同期, 除了深圳外, 另外五个城市的往返机票平均价格在增加, 故 D 选项叙述错误.

故选: D

【点睛】

本小题主要考查根据条形图和折线图进行数据分析, 属于基础题.

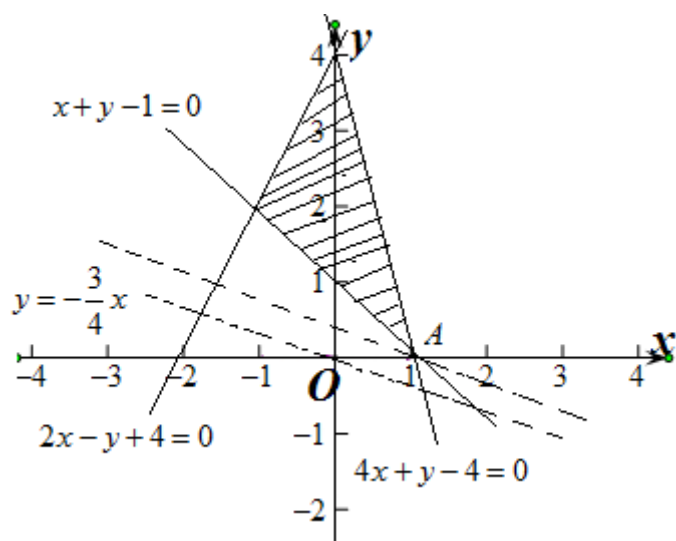
10、B

【解析】

作出约束条件的可行域, 在可行域内求 $z = 3x + 4y$ 的最小值即为 $|3x + 4y|$ 的最小值, 作 $y = -\frac{3}{4}x$, 平移直线即可求解.

【详解】

作出实数 x, y 满足不等式组
$$\begin{cases} x + y - 1 \geq 0 \\ 2x - y + 4 \geq 0 \\ 4x + y - 4 \leq 0 \end{cases}$$
 的可行域, 如图 (阴影部分)



令 $z = 3x + 4y$ ，则 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{z}{4}$ ，

作出 $y = -\frac{3}{4}x$ ，平移直线，当直线经过点 $A(1,0)$ 时，截距最小，

故 $z_{\min} = 3 \times 1 + 0 = 3$ ，

即 $|3x + 4y|$ 的最小值为 3。

故选：B

【点睛】

本题考查了简单的线性规划问题，解题的关键是作出可行域、理解目标函数的意义，属于基础题。

11、A

【解析】

根据题意依次计算得到答案。

【详解】

根据题意知： $a_1 = 8$ ， $\frac{a_2}{a_1} = 4$ ，故 $a_2 = 32$ ， $\frac{a_3}{a_2} = 2$ ， $a_3 = 64$ 。

故选：A。

【点睛】

本题考查了数列值的计算，意在考查学生的计算能力。

12、A

【解析】

由题意找出满足恰好第三次就停止摸球的情况，用满足恰好第三次就停止摸球的情况数比 20 即可得解。

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/995001101112011304>