2024 届广东省汕头市潮师高级中学高三数学试题 4 月月考试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设$\{a_n\}$是等差数列，且公差不为零，其前n项和为S_n．则“$\forall n\in N^*$，$S_{n+1}>S_n$”是“$\{a_n\}$为递增数列”的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

2．已知命题p：　$m=1$”是“直线$x-my=0$和直线$x+my=0$互相垂直”的充要条件；命题q：对任意$a\in R, f(x)=x^2+a$都有零点；则下列命题为真命题的是（　　）

A．$(\neg p)\wedge(\neg q)$　　B．$p\wedge(\neg q)$　　C．$p\vee q$　　D．$p\wedge q$

3．大衍数列，米源于我国古代文献《乾坤谱》中对易传“大衍之数五十”的推论，主要用于解释我国传统文化中的太极衍生原理，数列中的每一项，都代表太极衍生过程中，曾经经历过的两仪数量总和.已知该数列前 10 项是 0，2，4，8，12，18，24，32，40，50，…，则大衍数列中奇数项的通项公式为（　　）

A．$\frac{n^2-n}{2}$　　B．$\frac{n^2-1}{2}$　　C．$\frac{(n-1)^2}{2}$　　D．$\frac{n^2}{2}$

4．已知x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y\geq 0\\ x+y\leq 2\\ y\geq 0\end{cases}$，则$z=2x+y$的最大值为

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

5．已知抛物线$y^2=20x$的焦点与双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一个焦点重合，且抛物线的准线被双曲线截得的线段长为$\frac{9}{2}$，那么该双曲线的离心率为（　　）

A．$\frac{5}{4}$　　B．$\frac{5}{3}$　　C．$\frac{5}{2}$　　D．$\sqrt{5}$

6．已知定义在R上函数$f(x)$的图象关于原点对称，且$f(1+x)+f(2-x)=0$，若$f(1)=1$，则$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2020)=$（　　）

A．0　　B．1　　C．673　　D．674

7．记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和.若$a_2=-5$，$S_4=-16$，则$a_6=$（　　）

A．5　　B．3　　C．－12　　D．－13

8．在ΔABC中，角A、B、C的对边分别为a、b、c，若$a=1$，$c=2\sqrt{3}$，$b\sin A=a\sin\left(\frac{\pi}{3}-B\right)$，则$\sin C=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{7}$　　B．$\frac{\sqrt{21}}{7}$　　C．$\frac{\sqrt{21}}{12}$　　D．$\frac{\sqrt{57}}{19}$

9．已知F_1,F_2是双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点，若点$F_2$关于双曲线渐近线的对称点$A$满足$\angle F_1AO=\angle AOF_1$（$O$为坐标原点），则双曲线的渐近线方程为（　　）

A．$y=\pm 2x$　　B．$y=\pm\sqrt{3}x$　　C．$y=\pm\sqrt{2}x$　　D．$y=\pm x$

10．已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_3=7$，$S_3=9$，则$a_{10}=$（　　）

A．25　　B．32　　C．35　　D．40

11．已知函数$f(x)=\frac{1}{2}ax^2-(x-1)e^x(a\in R)$若对区间$[0,1]$内的任意实数$x_1$、$x_2$、$x_3$，都有$f(x_1)+f(x_2)\geq f(x_3)$，则实数$a$的取值范围是(　　)

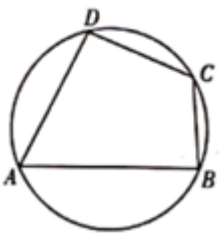
A．$[1,2]$　　B．$[e,4]$　　C．$[1,4]$　　D．$[1,2)\cup[e,4]$

12．将函数$f(x)=2\sin(3x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$图象向右平移$\frac{\pi}{8}$个单位长度后，得到函数的图象关于直线$x=\frac{\pi}{3}$对称，则函数$f(x)$在$\left[-\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{8}\right]$上的值域是（　　）

A．$[-1,2]$　　B．$[-\sqrt{3},2]$　　C．$\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$　　D．$[-\sqrt{2},2]$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．如图，已知圆内接四边形*ABCD*，其中$AB=6$，$BC=3$，$CD=4$，$AD=5$，则$\frac{2}{\sin A}+\frac{2}{\sin B}=$_____.



14．将 2 个相同的红球和 2 个相同的黑球全部放入甲、乙、丙、丁四个盒子里，其中甲、乙盒子均最多可放入 2 个球，丙、丁盒子均最多可放入 1 个球，且不同颜色的球不能放入同一个盒子里，共有_____种不同的放法.

15．已知函数 $f(x)=-x^3+x+a, x\in[\frac{1}{e},e]$ 与 $g(x)=3lnx-x-1$ 的图象上存在关于 x 轴对称的点，则 a 的取值范围为_____.

16．已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}2^x, x\le 1,\\ \log_{\frac{1}{2}}x, x>1,\end{cases}$ 则 $f\left(f\left(2\right)\right)=$_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知 A 是抛物线 E：$y^2=2px(p>0)$ 上的一点，以点 A 和点 $B(2,0)$ 为直径两端点的圆 C 交直线 $x=1$ 于 M，N 两点.

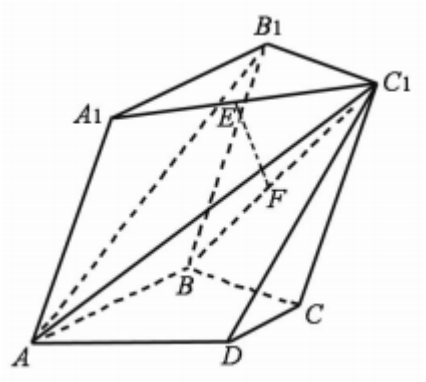
（1）若 $|MN|=2$，求抛物线 E 的方程；

（2）若 $0<p<1$，抛物线 E 与圆 $(x-5)^2+y^2=9$ 在 x 轴上方的交点为 P，Q，点 G 为 PQ 的中点，O 为坐标原点，求直线 OG 斜率的取值范围.

18．（12 分）在如图所示的多面体中，平面 $ABB_1A_1\perp$ 平面 $ABCD$，四边形 ABB_1A_1 是边长为 2 的菱形，四边形 $ABCD$ 为直角梯形，四边形 BCC_1B_1 为平行四边形，且 $AB//CD$，$AB\perp BC$，$CD=1$

（1）若 E,F 分别为 A_1C，BC_1 的中点，求证：$EF\perp$ 平面 AB_1C_1；

（2）若 $\angle A_1AB=60°$，AC_1 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值 $\frac{\sqrt{5}}{5}$，求二面角 A_1-AC_1-D 的余弦值.



19．（12 分）已知 O 为坐标原点，点 $F_1(-\sqrt{2},0)$，$F_2(\sqrt{2},0)$，$S(3\sqrt{2},0)$，动点 N 满足 $|NF_1|+|NS|=4\sqrt{3}$，点 P 为线段 NF_1 的中点，抛物线 C：$x^2=2my(m>0)$ 上点 A 的纵坐标为 $\sqrt{6}$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OS}=6\sqrt{6}$.

（1）求动点 P 的轨迹曲线 W 的标准方程及抛物线 C 的标准方程；

（2）若抛物线 C 的准线上一点 Q 满足 $OP\perp OQ$，试判断 $\frac{1}{|OP|^2}+\frac{1}{|OQ|^2}$ 是否为定值，若是，求这个定值；若不是，请说明理由.

20．（12 分）已知数列$\{a_n\}$的各项均为正，S_n为数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$a_n^2+2a_n=4S_n+1$．

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设 $b_n=\frac{a_n}{3^n}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和．

21．（12 分）已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$满足$a_1=3,b_1=1,a_{n+1}-2a_n=2b_n-b_{n+1},a_{n+1}-a_n=b_{n+1}-b_n+1$．

（1）求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式；

（2）分别求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前n项和S_n，T_n．

22．（10 分）已知ΔABC的内角 A、B、C 的对边分别为a、b、c，且$(\sin A-\sin B)^2=\sin^2 C-\sin A\sin B$．

（Ⅰ）求C；

（Ⅱ）若$c=1,\Delta ABC$的周长是否有最大值？如果有，求出这个最大值，如果没有，请说明理由．

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

根据等差数列的前n项和公式以及充分条件和必要条件的定义进行判断即可．

【详解】

Q$\{a_n\}$是等差数列，且公差d不为零，其前n项和为S_n，

充分性：Q$S_{n+1}>S_n$，则$a_{n+1}>0$对任意的$n\in\mathbf{N}^*$恒成立，则$a_2>0$，

Q$d\neq 0$，若$d<0$，则数列$\{a_n\}$为单调递减数列，则必存在$k\in\mathbf{N}^*$，使得当$n>k$时，$a_{n+1}<0$，则$S_{n+1}<S_n$，不合乎题意；

若$d>0$，由$a_2>0$且数列$\{a_n\}$为单调递增数列，则对任意的$n\in\mathbf{N}^*$，$a_{n+1}>0$，合乎题意．

所以，“$\forall n\in N^*$，$S_{n+1}>S_n$”$\Rightarrow$“$\{a_n\}$为递增数列”；

必要性：设$a_n=n-10$，当$n\le 8$时，$a_{n+1}=n-9<0$，此时，$S_{n+1}<S_n$，但数列$\{a_n\}$是递增数列．

所以，“$\forall n\in N^*$，$S_{n+1}>S_n$”$\not\Leftarrow$“$\{a_n\}$为递增数列”.

因此，“$\forall n\in N^*$，$S_{n+1}>S_n$”是“$\{a_n\}$为递增数列”的充分而不必要条件.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，结合等差数列的前n项和公式是解决本题的关键，属于中等题.

2、A

【解析】

先分别判断每一个命题的真假，再利用复合命题的真假判断确定答案即可.

【详解】

当$m=1$时，直线$x-my=0$和直线$x+my=0$，即直线为$x-y=0$和直线$x+y=0$互相垂直，

所以“$m=1$”是直线$x-my=0$和直线$x+my=0$互相垂直“的充分条件，

当直线$x-my=0$和直线$x+my=0$互相垂直时，$m^2=1$，解得$m=\pm1$.

所以“$m=1$”是直线$x-my=0$和直线$x+my=0$互相垂直“的不必要条件.

p：“$m=1$”是直线$x-my=0$和直线$x+my=0$互相垂直“的充分不必要条件，故p是假命题.

当$a=1$时，$f(x)=x^2+1$没有零点，

所以命题q是假命题.

所以$(\neg p)\wedge(\neg q)$是真命题，$p\wedge(\neg q)$是假命题，$p\vee q$是假命题，$p\wedge q$是假命题.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查充要条件的判断和两直线的位置关系，考查二次函数的图象， 考查学生对这些知识的理解掌握水平.

3、B

【解析】

直接代入检验，排除其中三个即可.

【详解】

由题意$a_1=0$，排除 D，$a_3=4$，排除 A，C．同时 B 也满足$a_5=12$，$a_7=24$，$a_9=40$，

故选：B.

【点睛】

本题考查由数列的项选择通项公式，解题时可代入检验，利用排除法求解.

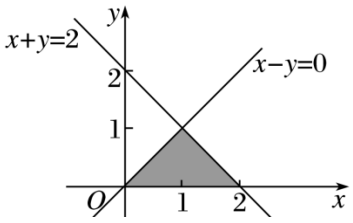
4、D

【解析】

作出不等式组对应的平面区域，利用目标函数的几何意义，利用数形结合即可得到结论.

【详解】

作出不等式组表示的平面区域如下图中阴影部分所示，



$z=2x+y$ 等价于 $y=-2x+z$，作直线 $y=-2x$，向上平移，

易知当直线经过点 $(2,0)$ 时 z 最大，所以 $z_{\max}=2\times2+0=4$，故选 D.

【点睛】

本题主要考查线性规划的应用，利用目标函数的几何意义，结合数形结合的数学思想是解决此类问题的基本方法.

5、A

【解析】

由抛物线 $y^2=20x$ 的焦点 $(5,0)$ 得双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的焦点 $(\pm5,0)$，求出 $c=5$，由抛物线准线方程 $x=-5$ 被曲线截得的线段长为 $\frac{9}{2}$，由焦半径公式 $\frac{2b^2}{a}=\frac{9}{2}$，联立求解.

【详解】

解：由抛物线 $y^2=20x$，可得 $2p=20$，则 $p=10$，故其准线方程为 $x=-5$，

Q 抛物线 $y^2=20x$ 的准线过双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点，

$\therefore c=5$.

Q 抛物线 $y^2=20x$ 的准线被双曲线截得的线段长为 $\frac{9}{2}$，

$\therefore \frac{2b^2}{a}=\frac{9}{2}$，又 $c^2=25=a^2+b^2$，

$\therefore a=4,b=3$，

则双曲线的离心率为$e=\frac{c}{a}=\frac{5}{4}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查抛物线的性质及利用过双曲线的焦点的弦长求离心率. 弦过焦点时，可结合焦半径公式求解弦长.

6、B

【解析】

由题知$f\left(x\right)$为奇函数，且$f\left(1+x\right)+f\left(2-x\right)=0$可得函数$f\left(x\right)$的周期为3，分别求出

$f\left(0\right)=0$, $f\left(1\right)=1$, $f\left(2\right)=-1$,知函数在一个周期内的和是0，利用函数周期性对所求式子进行化简可得.

【详解】

因为$f\left(x\right)$为奇函数，故$f\left(0\right)=0$；

因为$f\left(1+x\right)+f\left(2-x\right)=0$，故$f\left(1+x\right)=-f\left(2-x\right)=f\left(x-2\right)$，

可知函数$f\left(x\right)$的周期为3；

在$f\left(1+x\right)+f\left(2-x\right)=0$中，令$x=1$，故$f\left(2\right)=-f\left(1\right)=-1$，

故函数$f\left(x\right)$在一个周期内的函数值和为0，

故$f(1)+f(2)+f(3)+\mathrm{L}\ +f(2020)=f(1)=1$.

故选：B.

【点睛】

本题考查函数奇偶性与周期性综合问题. 其解题思路：函数的奇偶性与周期性相结合的问题多考查求值问题，常利用奇偶性及周期性进行变换，将所求函数值的自变量转化到已知解析式的函数定义域内求解.

7、B

【解析】

由题得$a_1+d=-5$，$4a_1+\frac{4\times3}{2}d=-16$，解得$a_1=-7$，$d=2$，计算可得$a_6$.

【详解】

$\mathrm{Q}\,a_2=-5$，$S_4=-16$，$\therefore a_1+d=-5$，$4a_1+\frac{4\times3}{2}d=-16$，解得$a_1=-7$，$d=2$，

$\therefore a_6=a_1+5d=3$.

故选：B

【点睛】

本题主要考查了等差数列的通项公式，前n项和公式，考查了学生运算求解能力.

8、B

【解析】

利用两角差的正弦公式和边角互化思想可求得$\tan B=\frac{\sqrt{3}}{3}$，可得出$B=\frac{\pi}{6}$，然后利用余弦定理求出$b$的值，最后利用正弦定理可求出$\sin C$的值.

【详解】

$\because b\sin A=a\sin\left(\frac{\pi}{3}-B\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}a\cos B-\frac{1}{2}a\sin B$，

即$\sin A\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A\cos B-\frac{1}{2}\sin A\sin B$，即$3\sin A\sin B=\sqrt{3}\sin A\cos A$，

$\because\sin A>0$，$\therefore 3\sin B=\sqrt{3}\cos B$，得$\tan B=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\because 0<B<\pi$，$\therefore B=\frac{\pi}{6}$.

由余弦定理得$b=\sqrt{a^2+c^2-2ac\cos B}=\sqrt{1+12-2\times1\times2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}=\sqrt{7}$，

由正弦定理$\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}$，因此，$\sin C=\frac{c\sin B}{b}=\frac{2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查三角形中角的正弦值的计算，考查两角差的正弦公式、边角互化思想、余弦定理与正弦定理的应用，考查运算求解能力，属于中等题.

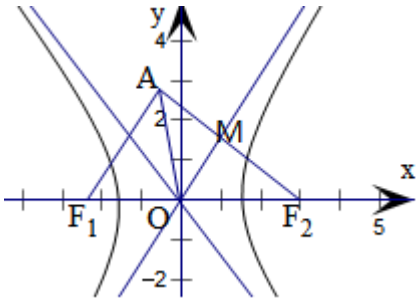
9、B

【解析】

先利用对称得$AF_2\perp OM$，根据$\angle F_1AO=\angle AOF_1$可得$AF_1=c$，由几何性质可得$\angle AF_1O=60^\circ$，即$\angle MOF_2=60^\circ$，从而解得渐近线方程.

【详解】

如图所示：



由对称性可得：M 为 AF_2 的中点，且 $AF_2 \perp OM$ ，

所以 $F_1A \perp AF_2$ ，

因为 $\angle F_1AO = \angle AOF_1$ ，所以 $AF_1 = F_1O = c$ ，

故而由几何性质可得 $\angle AF_1O = 60^\circ$ ，即 $\angle MOF_2 = 60^\circ$ ，

故渐近线方程为 $y = \pm\sqrt{3}x$ ，

故选 **B.**

【点睛】

本题考查了点关于直线对称点的知识，考查了双曲线渐近线方程，由题意得出 $\angle MOF_2 = 60^\circ$ 是解题的关键，属于中档题.

10、C

【解析】

设出等差数列 $\{a_n\}$ 的首项和公差，即可根据题意列出两个方程，求出通项公式，从而求得 a_{10} .

【详解】

设等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1 ，公差为 d ，则

$\begin{cases} a_3 = a_1 + 2d = 7 \\ S_3 = 3a_1 + 3d = 9 \end{cases}$ ，解得 $a_1 = -1, d = 4$ ，$\therefore a_n = 4n - 5$ ，即有 $a_{10} = 4 \times 10 - 5 = 35$.

故选：**C**.

【点睛】

本题主要考查等差数列的通项公式的求法和应用，涉及等差数列的前 n 项和公式的应用，属于容易题.

11、C

【解析】

分析：先求导,再对 **a** 分类讨论求函数的单调区间，再画图分析转化对区间 $[0,1]$ 内的任意实数 x_1、x_2、x_3 ，都有

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/995104321034011334