

专题 16.7 二次根式章末八大题型总结 (拔尖篇)

【人教版】

▶ 题型梳理

【题型 1 二次根式双重非负性的运用】	1
【题型 2 复合二次根式的化简】	1
【题型 3 二次根式的运算与求值技巧】	3
【题型 4 二次根式中的新定义问题】	3
【题型 5 利用分母有理化求值】	4
【题型 6 二次根式中的阅读理解类问题】	6
【题型 7 二次根式的规律探究】	8
【题型 8 二次根式的实际应用】	9

▶ 举一反三

【题型 1 二次根式双重非负性的运用】

【例 1】(2023 春·天津和平·八年级耀华中学校考期中)若实数 a, b, c 满足关系式 $\sqrt{a-199} + \sqrt{199-a} = \sqrt{2a+b-c} + \sqrt{b-6}$, 则 $c = \underline{\hspace{2cm}}$.

【变式 1-1】(2023 春·全国·八年级期中)已知实数 x, y, a, b 满足 $\sqrt{3x-y-7} + \sqrt{x-2y-4} = \sqrt{a+b-2022} \times \sqrt{2022-a-b}$. 求 $a+b$ 的值及 $7x-y^{2023}$ 的值.

【变式 1-2】(2023 春·湖北恩施·八年级校联考阶段练习)设 x, y, z 是两两不等的实数, 且满足下列等式: $\sqrt{x^3(y-x)^3} + \sqrt{x^3(z-x)^3} = \sqrt{y-x} - \sqrt{x-z}$, 则 $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ 的值是 ()

- A. 0 B. 1 C. 3 D. 条件不足, 无法计算

【变式 1-3】(2023 秋·上海静安·八年级上海市民办扬波中学校考期中)已知 m, x, y 是两两不相等的实数, 且满足 $\sqrt{m(x-m)} + \sqrt{m(y-m)} = \sqrt{x-m} - \sqrt{m-y}$, 则 $\frac{3x^2+xy-y^2}{x^2-xy+5y^2}$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【题型 2 复合二次根式的化简】

【例 2】(2023 春·内蒙古巴彦淖尔·八年级统考期中)像 $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$, $\sqrt{\sqrt{48}-\sqrt{45}}$... 这样的根式叫做复合二次根式. 有一些复合二次根式可以借助构造完全平方式进行化简, 如:

$$\sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{3-2\sqrt{3}+1} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times 1 + 1^2} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}-1.$$

$$\text{再如: } \sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{3+2\sqrt{6}+2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

请用上述方法探索并解决下列问题：

(1)化简： $\sqrt{12+2\sqrt{35}}$ ；

(2)化简： $\sqrt{17-4\sqrt{15}}$ ；

(3)若 $a+6\sqrt{5}=(m+\sqrt{5}n)^2$ ，且 a, m, n 为正整数，求 a 的值。

【变式 2-1】（2023 秋·上海·八年级期中）当 $x=4$ 时， $\frac{\sqrt{x-2\sqrt{3}}}{\sqrt{x^2-4\sqrt{3}x+12}}-\frac{\sqrt{x+2\sqrt{3}}}{\sqrt{x^2+4\sqrt{3}x+12}}$ 的值为（ ）

- A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3

【变式 2-2】（2023 春·广东韶关·八年级校考期中）阅读材料：小明在学习二次根式后，发现一些含根号的式子可以写成另一个式子的平方，如 $3+2\sqrt{2}=(1+\sqrt{2})^2$ ，善于思考的小明进行了以下探索：

设 $a+\sqrt{2}b=(m+\sqrt{2}n)^2$ （其中 a, b, m, n 均为正整数），则有 $a+\sqrt{2}b=m^2+2\sqrt{2}mn+2n^2$ ，

$\therefore a=m^2+2n^2, b=2mn$ 。

这样小明就找到了一种把部分 $a+\sqrt{2}b$ 的式子化为平方式的方法。

请你仿照小明的方法探索并解决下列问题：

(1) 当 a, b, m, n 均为正整数时，若 $a+\sqrt{6}b=(m+\sqrt{6}n)^2$ ，用含 m, n 的式子分别表示 a, b ，得： a = _____， b = _____；

(2) 若 $a+4\sqrt{3}=(m+\sqrt{3}n)^2$ ，且 a, m, n 均为正整数，求 a 的值；

(3) 化简： $\sqrt{7-\sqrt{21}+\sqrt{80}}$ 。

【变式 2-3】（2023 春·江苏·八年级期末）阅读材料：康康在学习二次根式后、发现一些含根号的式子可以写成另一个式子的平方，

如： $3+2\sqrt{2}=(1+\sqrt{2})^2$ ，善于思考的康康进行了以下探索：

设 $a+b\sqrt{2}=(m+n\sqrt{2})^2$ （其中 a, b, m, n 均为正整数），

则有 $a+b\sqrt{2}=m^2+2n^2+2mn\sqrt{2}$ （有理数和无理数分别对应相等），

$\therefore a=m^2+2n^2, b=2mn$ ，这样康康就找到了一种把式子 $a+b\sqrt{2}$ 化为平方式的方法。

请你仿照康康的方法探索并解决下列问题：

(1) 当 a, b, m, n 均为正整数时，若 $a+b\sqrt{3}=(c+d\sqrt{3})^2$ ，用含 c, d 的式子分别表示 a, b ，得： a = _____， b = _____；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/995130204140012022>