宁夏银川市一中2023-2024学年高三预测密卷（新课标II卷）数学试题试卷

请考生注意：

1．请用2B铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用0．5毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。

2．答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．O是平面上的一定点，A,B,C是平面上不共线的三点，动点P满足$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\lambda\left(\dfrac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|\cdot\cos B}+\dfrac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|\cdot\cos C}\right)$，$\lambda\in(0,\infty)$，则动点$P$的轨迹一定经过$\Delta ABC$的（ ）

A．重心　　B．垂心　　C．外心　　D．内心

2．关于函数$f(x)=4\left|\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)\right|+4\left|\cos\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)\right|$，有下述三个结论：

①函数$f(x)$的一个周期为$\dfrac{\pi}{2}$；

②函数$f(x)$在$\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{4}\right]$上单调递增；

③函数$f(x)$的值域为$[4,4\sqrt{2}]$．

其中所有正确结论的编号是（　　）

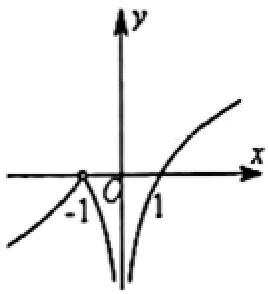
A．①②　　B．②　　C．②③　　D．③

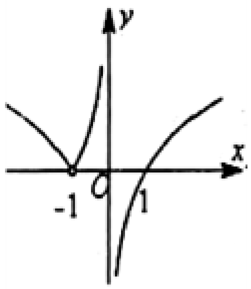
3．已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=2,n(a_{n+1}-a_n)=a_n+1,n\in N^*$，若对于任意的$a\in[-2,2],n\in N^*$，不等式$\dfrac{a_{n+1}}{n+1}<2t^2+at-1$恒成立，则实数$t$的取值范围为（　　）

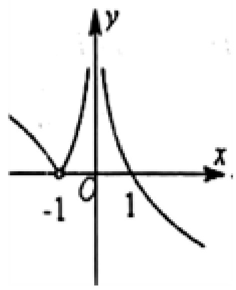
A．$(-\infty,-2]\cup[1,+\infty)$　　B．$(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

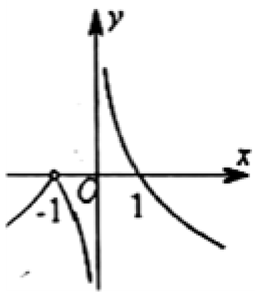
C．$(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$　　D．$[-2,2]$

4．函数$f(x)=\dfrac{x+1}{|x+1|}\log_a|x|$（$0<a<1$）的图象的大致形状是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

5．若$\left(2x+\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{n}$的二项式展开式中二项式系数的和为32，则正整数$n$的值为（　　）

A．7　　B．6　　C．5　　D．4

6．已知函数$y=a^{x-2}$($a>0$且$a\neq 1$的图象恒过定点P，则函数$y=\frac{mx+1}{x+n}$图象以点P为对称中心的充要条件是(　　)

A．$m=1,n=-2$

B．$m=-1,n=2$

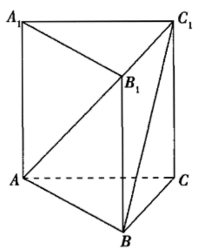
C．$m=1,n=2$

D．$m=-1,n=-2$

7．已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，过$F_2$作一条直线与双曲线右支交于$A$，$B$两点，坐标原点为$O$，若$\left|OA\right|^2=a^2+b^2,\left|BF_1\right|=5a$，则该双曲线的离心率为（　　）

A．$\frac{\sqrt{15}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{10}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{15}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{10}}{3}$

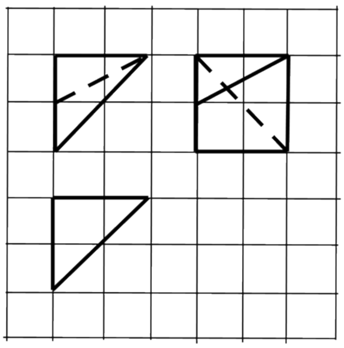
8．已知三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的所有棱长均相等，侧棱$AA_1\perp$平面ABC，过AB_1作平面α与BC_1平行，设平面α与平面ACC_1A_1的交线为l，记直线l与直线AB,BC,CA所成锐角分别为α，β，γ，则这三个角的大小关系为(　　)



A．$\alpha > \gamma > \beta$　　　　　B．$\alpha = \beta > \gamma$

C．$\gamma > \beta > \alpha$　　　　　D．$\alpha > \beta = \gamma$

9．如图所示，网络纸上小正方形的边长为 1，粗线画出的是某四棱锥的三视图，则该几何体的体积为（　　）



A．2　　　　B．$\frac{8}{3}$　　　　C．6　　　　D．8

10．过点 $P(2\sqrt{6},2\sqrt{6})$ 的直线 l 与曲线 $y=\sqrt{13-x^2}$ 交于 A，B 两点，若 $2\overrightarrow{PA}=5\overrightarrow{AB}$，则直线 l 的斜率为(　　)

A．$2-\sqrt{3}$　　　　　B．$2+\sqrt{3}$

C．$2+\sqrt{3}$ 或 $2-\sqrt{3}$　　　　　D．$2-\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}-1$

11．已知实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+3\geq 0 \\ x+2y\geq 0 \\ x\leq 2 \end{cases}$，则 $z=3x+y$ 的最小值为（　）

A．-5　　　　B．2　　　　C．7　　　　D．11

12．过双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 左焦点 F 的直线 l 交 C 的左支于 A,B 两点，直线 AO（O 是坐标原点）交 C 的右支于点 D，若 $DF\perp AB$，且 $\left|BF\right|=\left|DF\right|$，则 C 的离心率是（　　）

A．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　　　B．2　　　　C．$\sqrt{5}$　　　　D．$\frac{\sqrt{10}}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．根据如图所示的伪代码，若输入的 x 的值为 2，则输出的 y 的值为____________.

Read x
　If　$x>2$　then
　　$y\leftarrow 3x-4$
　Else
　　$y\leftarrow 2^{x-2}$
End If
　Print y

14．

某种赌博每局的规则是：赌客先在标记有 1，2，3，4，5 的卡片中随机摸取一张，将卡片上的数字作为其赌金；随后放回该卡片，再随机摸取两张，将这两张卡片上数字之差的绝对值的 1.4 倍作为其奖金．若随机变量 ξ_1 和 ξ_2 分别表示赌客在一局赌博中的赌金和奖金，则 **D**（ξ_1）＝_____，**E**（ξ_1）﹣**E**（ξ_2）＝_____.

15．在直角三角形 ABC 中，$\angle C$ 为直角，$\angle BAC > 45°$，点 D 在线段 BC 上，且 $CD=\frac{1}{3}CB$，若 $\tan\angle DAB=\frac{1}{2}$，则 $\angle BAC$ 的正切值为_____.

16．已知 $x,y\in R$，i 为虚数单位，且 $(x-2)i-y=-1+i$，则 $x+y=$_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

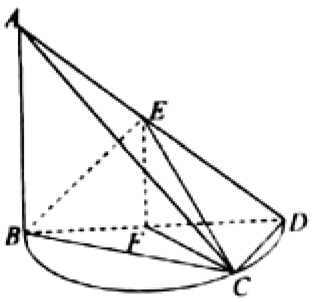
17．（12 分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左，右焦点分别为 F_1,F_2，直线 $l:y=kx+m$ 与椭圆 C 相交于 P,Q 两点；当直线 l 经过椭圆 C 的下顶点 A 和右焦点 F_2 时，ΔF_1PQ 的周长为 $4\sqrt{2}$，且 l 与椭圆 C 的另一个交点的横坐标为 $\frac{4}{3}$

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）点 M 为 $\triangle POQ$ 内一点，O 为坐标原点，满足 $\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MQ}=\mathbf{0}$，若点 M 恰好在圆 O：$x^2+y^2=\frac{4}{9}$ 上，求实数 m 的取值范围.

18．（12 分）已知 $a>0$，证明：$\sqrt{a^2+\frac{1}{a^2}}>a+\frac{1}{a}-1$.

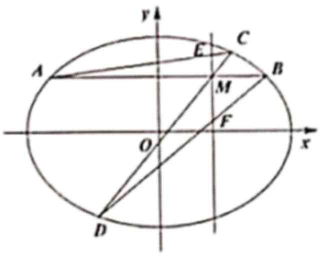
19．（12 分）如图,直角三角形 ABD 所在的平面与半圆弧 $\overset{\frown}{BD}$ 所在平面相交于 BD，$AB=BD=2$，E,F 分别为 AD，BD 的中点，C 是 $\overset{\frown}{BD}$ 上异于 B,D 的点，$EC=\sqrt{2}$.



（1）证明:平面 $CEF\perp$ 平面 BCD；

（2）若点 C 为半圆弧 $\overset{\frown}{BD}$ 上的一个三等分点(靠近点 D)求二面角 $A-CE-B$ 的余弦值.

20．（12 分）如图，过点 $M(2,2)$ 且平行与 x 轴的直线交椭圆 $\frac{x^2}{2}+y^2=m(m>0)$ 于 **A**、**B** 两点，且 $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{MB}$.



（1）求椭圆的标准方程；

（2）过点 M 且斜率为正的直线交椭圆于段 C、D，直线 AC、BD 分别交直线 $x=2$ 于点 E、F，求证：$\frac{1}{|ME|}-\frac{1}{|MF|}$ 是定值.

21．（12 分）已知抛物线 C： $y^2=4x$ 的焦点为 F，过 C 上一点 $P(1,t)$（$t>0$）作两条倾斜角互补的直线分别与 C 交于 M， N 两点，

（1）证明：直线 MN 的斜率是－1；

（2）若 $8|MF|$，$|MN|$，$|NF|$ 成等比数列，求直线 MN 的方程.

22．（10 分）已知 $f(x)=|ax+2|$.

（1）当 $a=2$ 时，求不等式 $f(x)>3x$ 的解集；

（2）若 $f(1)$„ M， $f(2)$„ M，证明：M… $\frac{2}{3}$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

解出 $\overrightarrow{AP}$，计算 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BC}$ 并化简可得出结论.

【详解】

$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}=\lambda\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|\cdot cosB}+\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|\cdot cosC}\right)$，

$\therefore \overrightarrow{AP}.\overrightarrow{BC}=\lambda\left(\dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot cosB}+\dfrac{\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|\cdot cosC}\right)=\lambda\left(-\left|\overrightarrow{BC}\right|+\left|\overrightarrow{BC}\right|\right)=0$，

$\therefore \overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{BC}$，即点 P 在 BC 边的高上，即点 P 的轨迹经过ΔABC 的垂心.

故选 B.

【点睛】

本题考查了平面向量的数量积运算在几何中的应用，根据条件中的角计算 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BC}$ 是关键.

2、**C**

【解析】

①用周期函数的定义验证.②当 $x\in\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{4}\right]$时，$\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\in\left[\dfrac{7\pi}{12},\dfrac{17\pi}{24}\right]$， $f(x)=4\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{12}\right)$，再利用单调性判断.③根据平移变换，函数 $f(x)=4\left|\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)\right|+4\left|\cos\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)\right|$的值域等价于函数 $g(x)=4\left|\sin\dfrac{1}{2}x\right|+4\left|\cos\dfrac{1}{2}x\right|$的值域，而 $g(x+\pi)=g(x)$，当 $x\in[0,\pi]$时， $g(x)=4\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)$再求值域.

【详解】

因为 $f\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)=4\left|\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{7\pi}{12}\right)\right|+4\left|\cos\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{7\pi}{12}\right)\right|=4\left|\cos\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{12}\right)\right|+4\left|\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{12}\right)\right|\neq f(x)$，故①错误；

当 $x\in\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{4}\right]$时，$\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\in\left[\dfrac{7\pi}{12},\dfrac{17\pi}{24}\right]$，所以 $f(x)=4\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)-4\cos\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)=4\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{12}\right)$，

$\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{12}\in\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{11\pi}{24}\right]$所以 $f(x)$ 在$\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{4}\right]$上单调递增，故②正确；

函数 $f(x)=4\left|\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)\right|+4\left|\cos\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)\right|$的值域等价于函数 $g(x)=4\left|\sin\dfrac{1}{2}x\right|+4\left|\cos\dfrac{1}{2}x\right|$的值域，易知

$g(x+\pi)=g(x)$，故当 $x\in[0,\pi]$时， $g(x)=4\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)\in[4,4\sqrt{2}]$，故③正确.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查三角函数的性质，还考查推理论证能力以及分类讨论思想，属于中档题.

3、**B**

【解析】

先根据题意，对原式进行化简可得$\frac{a_{n+1}}{n+1}-\frac{a_n}{n}=\frac{1}{n\left(n+1\right)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，然后利用累加法求得$\frac{a_{n+1}}{n+1}$=3-$\frac{1}{n+1}$，然后不等式$\frac{a_{n+1}}{n+1}<2t^2+at-1$恒成立转化为$2t^2+at-1\geq 3$恒成立，再利用函数性质解不等式即可得出答案.

【详解】

由题，$n\left(a_{n+1}-a_n\right)=a_n+1\Rightarrow na_{n+1}=\left(n+1\right)a_n+1$

即$\frac{a_{n+1}}{n+1}-\frac{a_n}{n}=\frac{1}{n\left(n+1\right)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$

由累加法可得：$\frac{a_{n+1}}{n+1}=\left(\frac{a_{n+1}}{n+1}-\frac{a_n}{n}\right)+\left(\frac{a_n}{n}-\frac{a_{n-1}}{n-1}\right)+\cdots+\left(\frac{a_2}{2}-\frac{a_1}{1}\right)+a_1$

即$\frac{a_{n+1}}{n+1}=\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)+\cdots+\left(1-\frac{1}{2}\right)+2=3-\frac{1}{n+1}<3$

对于任意的$a\in\left[-2,2\right],n\in N^*$，不等式$\frac{a_{n+1}}{n+1}<2t^2+at-1$恒成立

即$2t^2+at-1\geq 3\Rightarrow 2t^2+at-4\geq 0$

令$f\left(a\right)=2t^2+at-4=at+2t^2-4,\left(a\in\left[-2,2\right]\right)$

可得$f\left(2\right)\geq 0$且$f\left(-2\right)\geq 0$

即$\begin{cases}t^2+t-2\geq 0\\t^2-t-2\geq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t\geq 1或t\leq -2\\t\geq 2或t\leq -1\end{cases}$

可得$t\geq 2$或$t\leq -2$

故选 B

【点睛】

本题主要考查了数列的通项的求法以及函数的性质的运用，属于综合性较强的题目，解题的关键是能够由递推数列求出通项公式和后面的转化函数，属于难题.

4、C

【解析】

对 x 分类讨论，去掉绝对值，即可作出图象.

【详解】

$$f\left(x\right)=\frac{x+1}{\left|x+1\right|}\log_a\left|x\right|=\begin{cases}-\log_a\left(-x\right), & x<-1,\\ \log_a\left(-x\right), & -1<x<0,\\ \log_a x, & x>0.\end{cases}$$

故选 **C**.

【点睛】

识图常用的方法

(1)定性分析法：通过对问题进行定性的分析，从而得出图象的上升(或下降)的趋势，利用这一特征分析解决问题；

(2)定量计算法：通过定量的计算来分析解决问题；

(3)函数模型法：由所提供的图象特征，联想相关函数模型，利用这一函数模型来分析解决问题.

5、**C**

【解析】

由二项式系数性质，$(a+b)^n$ 的展开式中所有二项式系数和为 2^n 计算.

【详解】

$\left(2x+\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)^n$ 的二项展开式中二项式系数和为 2^n，$\therefore 2^n=32,\therefore n=5$.

故选：**C**.

【点睛】

本题考查二项式系数的性质，掌握二项式系数性质是解题关键.

6、**A**

【解析】

由题可得出 P 的坐标为 $(2,1)$，再利用点对称的性质，即可求出 m 和 n.

【详解】

根据题意，$\begin{cases}x-2=0\\ y=1\end{cases}$，所以点 P 的坐标为 $(2,1)$，

又 $y=\dfrac{mx+1}{x+n}=\dfrac{m(x+n)+1-mn}{x+n}=m+\dfrac{1-mn}{x+n}$，

所以 $m=1,n=-2$.

故选：**A**.

【点睛】

本题考查指数函数过定点问题和函数对称性的应用，属于基础题.

7、**B**

【解析】

由题可知$\left|OA\right|=c=\frac{1}{2}\left|F_1F_2\right|$，$\angle F_1AF_2=90°$，再结合双曲线第一定义，可得$\left|AF_1\right|=\left|AF_2\right|+2a$，对$Rt\triangle AF_1B$有

$\left|AF_1\right|^2+\left|AB\right|^2=\left|BF_1\right|^2$，

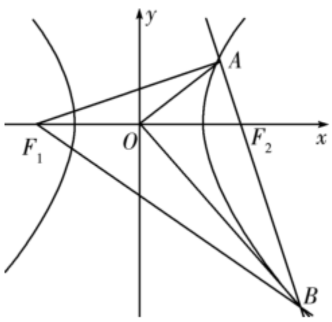
即$\left(\left|AF_2\right|+2a\right)^2+\left(\left|AF_2\right|+3a\right)^2=\left(5a\right)^2$，解得$\left|AF_2\right|=a$，再对$\mathrm{Rt}\triangle AF_1F_2$，由勾股定理可得$a^2+\left(3a\right)^2=\left(2c\right)^2$，化简即可求解

【详解】

如图，因为$\left|BF_1\right|=5a$，所以$\left|BF_2\right|=5a-2a=3a$.因为$\left|OA\right|=c=\frac{1}{2}\left|F_1F_2\right|$所以$\angle F_1AF_2=90°$.

在$Rt\triangle AF_1B$中，$\left|AF_1\right|^2+\left|AB\right|^2=\left|BF_1\right|^2$，即$\left(\left|AF_2\right|+2a\right)^2+\left(\left|AF_2\right|+3a\right)^2=\left(5a\right)^2$，

得$\left|AF_2\right|=a$，则$\left|AF_1\right|=a+2a=3a$.在$\mathrm{Rt}\triangle AF_1F_2$中，由$a^2+\left(3a\right)^2=\left(2c\right)^2$得$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{10}}{2}$.



故选：B

【点睛】

本题考查双曲线的离心率求法，几何性质的应用，属于中档题

8、B

【解析】

利用图形作出空间中两直线所成的角，然后利用余弦定理求解即可.

【详解】