

浙江省高考数学试卷和答案〔理科〕

一、选择题〔共 10 小题，每题 5 分，总分值 50 分〕

1、〔2024•浙江〕设函数 $f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$ ，假设 $f(a) = 4$ ，那么实数 $a =$ ()

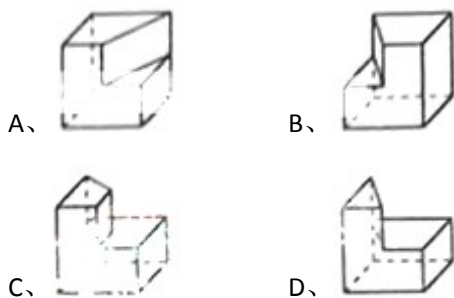
- A、-4 或 -2 B、-4 或 2
C、-2 或 4 D、-2 或 2

2、〔2024•浙江〕把复数 z 的共轭复数记作 $\bar{z}$ ， i 为虚数单位．假设 $z = 1 + i$ ，那么 $(1+z) \cdot \bar{z} =$ ()

- A、 $3 - i$ B、 $3 + i$
C、 $1 + 3i$ D、3



3、〔2024•浙江〕假设某几何体的三视图如以下图，那么这个几何体的直观图可以是 ()



4、〔2024•浙江〕以下命题中错误的选项是 ()

- A、如果平面 $\alpha \perp$ 平面 β ，那么平面 α 内一定存在直线平行于平面 β B、如果平面 α 不垂直于平面 β ，那么平面 α 内一定不存在直线垂直于平面 β
C、如果平面 $\alpha \perp$ 平面 γ ，平面 $\beta \perp$ 平面 γ ， $\alpha \cap \beta = l$ ，那么 $l \perp$ 平面 γ D、如果平面 $\alpha \perp$ 平面 β ，那么平面 α 内所有直线都垂直于平面 β

5、〔2024•浙江〕设实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x + 2y - 5 > 0 \\ 2x + y - 7 > 0 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$ ，假设 x, y 为整数，那么 $3x + 4y$ 的最小值是 ()

- A、14 B、16
C、17 D、19

6、〔2024•浙江〕假设 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ， $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$ ， $\cos(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \frac{1}{3}$ ， $\cos(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，那么 $\cos(\alpha + \frac{\beta}{2}) =$ ()

- A、 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B、 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
C、 $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ D、 $-\frac{\sqrt{6}}{9}$

7、(2024•浙江) 假设 a, b 为实数, 那么“ $0 < ab < 1$ ”是“ $a < \frac{1}{b}$ ”或“ $b > \frac{1}{a}$ ”的 ()

- A、充分而不必要条件 B、必要而不充分条件
C、充分必要条件 D、既不充分也不必要条件

8、(2024•浙江) 椭圆 $\frac{x^2}{k+8} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的离心率 $e = \frac{1}{2}$, 那么 k 的值为 ()

- A、4 或 $\frac{5}{4}$ B、4
C、4 或 $-\frac{5}{4}$ D、 $-\frac{5}{4}$

9、(2024•浙江) 有 5 本不同的书, 其中语文书 2 本, 数学书 2 本, 物理书 1 本. 假设将其随机地摆放到书架的同一层上, 那么同一科目的书都不相邻的概率是 ()

- A、 $\frac{1}{5}$ B、 $\frac{2}{5}$
C、 $\frac{3}{5}$ D、 $\frac{4}{5}$

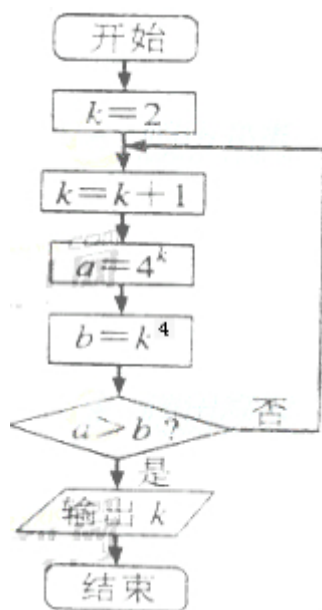
10、(2024•浙江) 设 a, b, c 为实数, $f(x) = (x+a)(x^2+bx+c)$, $g(x) = (ax+1)(cx^2+bx+1)$. 记集合 $S = \{x | f(x) = 0, x \in \mathbb{R}\}$, $T = \{x | g(x) = 0, x \in \mathbb{R}\}$. 假设 $\{S\}, \{T\}$ 分别为集合 S, T 的元素个数, 那么以下结论不可能的是 ()

- A、 $\{S\}=1$ 且 $\{T\}=0$ B、 $\{S\}=1$ 且 $\{T\}=1$
C、 $\{S\}=2$ 且 $\{T\}=2$ D、 $\{S\}=2$ 且 $\{T\}=3$

二、填空题 (共 7 小题, 每题 4 分, 总分值 28 分)

11、(2024•浙江) 假设函数 $f(x) = x^2 - |x+a|$ 为偶函数, 那么实数 $a =$ _____.

12、(2024•浙江) 某程序框图如以以下图, 那么该程序运行后输出的 k 的值是_____.



13、(2024•浙江) 假设二项式 $(x - \frac{a}{\sqrt{x}})^n$ ($a > 0$) 的展开式中 x 的系数为 A , 常数项为 B , 假设 $B=4A$, 那么 a 的值是_____.

14、〔2024•浙江〕假设平面向量 α, β 满足 $|\alpha|=1, |\beta|\leq 1$, 且以向量 α, β 为邻边的平行四边形的面积为 $\frac{1}{2}$, 那么 α 和 β 的夹角 θ 的范围是_____.

15、〔2024•浙江〕某毕业生参加人才招聘会, 分别向甲、乙、丙三个公司投递了个人简历, 假定该毕业生得到甲公司面试的概率为 $\frac{2}{3}$, 得到乙、丙公司面试的概率均为 p , 且三个公司是否让其面试是相互独立的. 记 X 为该毕业生得到面试的公司个数. 假设 $P(X=0) = \frac{1}{12}$, 那么随机变量 X 的数学期望 $E(X) =$ _____.

16、〔2024•浙江〕设 x, y 为实数, 假设 $4x^2+y^2+xy=1$, 那么 $2x+y$ 的最大值是_____.

17、〔2024•浙江〕一个椭圆的焦点将其准线间的距离三等分, 那么椭圆的离心率为_____.

三、解答题〔共 5 小题, 总分值 72 分〕

18、〔2024•浙江〕在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C , 所对的边分别为 a, b, c . $\sin A + \sin C = p \sin B$ ($p \in \mathbb{R}$). 且 $ac = \frac{1}{4}b^2$.

(I) 当 $p = \frac{5}{4}, b=1$ 时, 求 a, c 的值;

(II) 假设角 B 为锐角, 求 p 的取值范围.

19、〔2024•浙江〕公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 a_1 为 a ($a \in \mathbb{R}$) 设数列的前 n 项和为 S_n , 且 $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_4}$ 成等比数列.

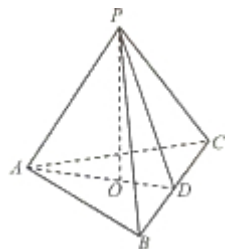
(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及 S_n ;

(II) 记 $A_n = \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} + \dots + \frac{1}{S_n}, B_n = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2^n-1}}$, 当 $a \geq 2$ 时, 试比拟 A_n 与 B_n 的大小.

20、〔2024•浙江〕如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB=AC$, D 为 BC 的中点, $PO \perp$ 平面 ABC , 垂足 O 落在线段 AD 上, $BC=8, PO=4, AO=3, OD=2$

(I) 证明: $AP \perp BC$;

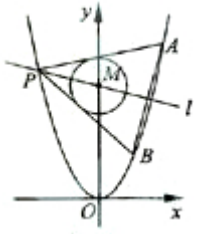
(II) 在线段 AP 上是否存在点 M , 使得二面角 $A-MC-\beta$ 为直二面角? 假设存在, 求出 AM 的长; 假设不存在, 请说明理由.



21、〔2024•浙江〕抛物线 $C_1: x^2=y$, 圆 $C_2: x^2+(y-4)^2=1$ 的圆心为点 M

(I) 求点 M 到抛物线 C_1 的准线的距离;

(II) 点 P 是抛物线 C_1 上一点 (异于原点), 过点 P 作圆 C_2 的两条切线, 交抛物线 C_1 于 A, B 两点, 假设过 M, P 两点的直线 l 垂足于 AB , 求直线 l 的方程.



22、(2024•浙江) 设函数 $f(x) = (x - a)^2 \ln x$, $a \in \mathbb{R}$

(I) 假设 $x = e$ 为 $y = f(x)$ 的极值点, 求实数 a ;

(II) 求实数 a 的取值范围, 使得对任意的 $x \in (0, 3a]$, 恒有 $f(x) \leq 4e^2$ 成立.

注: e 为自然对数的底数.

答案

一、选择题〔共 10 小题，每题 5 分，总分值 50 分〕

1、〔2024•浙江〕设函数 $f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$ ，假设 $f(a) = 4$ ，那么实数 $a =$ ()

A、-4 或 -2 B、-4 或 2

C、-2 或 4 D、-2 或 2

考点：分段函数的解析式求法及其图象的作法。

专题：计算题。

分析：分段函数分段处理，我们利用分类讨论的方法，分 $a \leq 0$ 与 $a > 0$ 两种情况，根据各段上函数的解析式，分别构造关于 a 的方程，解方程即可求出满足条件的 a 值。

解答：解：当 $a \leq 0$ 时

假设 $f(a) = 4$ ，那么 $-a = 4$ ，解得 $a = -4$

当 $a > 0$ 时

假设 $f(a) = 4$ ，那么 $a^2 = 4$ ，解得 $a = 2$ 或 $a = -2$ (舍去)

故实数 $a = -4$ 或 $a = 2$

应选 B

点评：此题考查的知识点是分段函数，分段函数分段处理，这是研究分段函数图象和性质最核心理念，具体做法是：分段函数的定义域、值域是各段上 x 、 y 取值范围的并集，分段函数的奇偶性、单调性要在各段上分别论证；分段函数的最大值，是各段上最大值中的最大者。

2、〔2024•浙江〕把复数 z 的共轭复数记作 $\bar{z}$ ， i 为虚数单位。假设 $z = 1+i$ ，那么 $(1+z) \cdot \bar{z} =$ ()

A、 $3-i$ B、 $3+i$

C、 $1+3i$ D、3

考点：复数代数形式的混合运算。

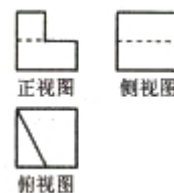
专题：计算题。

分析：求出 $\bar{z}$ ，然后代入 $(1+z) \cdot \bar{z}$ ，利用复数的运算法那么展开化简为： $a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) 的形式，即可得到答案。

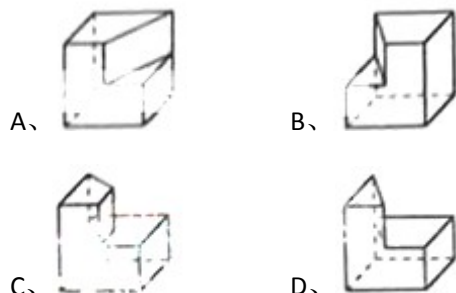
解答：解： $\because$ 复数 $z = 1+i$ ， i 为虚数单位， $\bar{z} = 1-i$ ，那么 $(1+z) \cdot \bar{z} = (2+i)(1-i) = 3-i$

应选 A。

点评：此题考查复数代数形式的混合运算，共轭复数，考查计算能力，是根底题，常考题型。



3、(2024•浙江) 假设某几何体的三视图如以以下图，那么这个几何体的直观图可以是 ()



考点：由三视图复原实物图。

分析：根据中的三视图，结合三视图中有两个三角形即为锥体，有两个矩形即为柱体，有两个梯形即为台体，将几何体分解为简单的几何体分析后，即可得到答案。

解答：解：由中三视图的上局部有两个矩形，一个三角形

故该几何体上局部是一个三棱柱

下局部是三个矩形

故该几何体下局部是一个四棱柱

应选 D

点评：此题考查的知识点是由三视图复原实物图，如果三视图均为三角形，那么该几何体必为三棱锥；如果三视图中有两个三角形和一个多边形，那么该几何体为 N 棱锥 (N 值由另外一个视图的边数确定)；如果三视图中有两个为矩形和一个多边形，那么该几何体为 N 棱柱 (N 值由另外一个视图的边数确定)；如果三视图中有两个为梯形和一个多边形，那么该几何体为 N 棱柱 (N 值由另外一个视图的边数确定)；如果三视图中有两个三角形和一个圆，那么几何体为圆锥。如果三视图中有两个矩形和一个圆，那么几何体为圆柱。如果三视图中有两个梯形和一个圆，那么几何体为圆台。

4、(2024•浙江) 以下命题中错误的选项是 ()

- A、如果平面 $\alpha \perp$ 平面 β ，那么平面 α 内一定存在直线平行于平面 β B、如果平面 α 不垂直于平面 β ，那么平面 α 内一定不存在直线垂直于平面 β
- C、如果平面 $\alpha \perp$ 平面 γ ，平面 $\beta \perp$ 平面 γ ， $\alpha \cap \beta = l$ ，那么 $l \perp$ 平面 γ D、如果平面 $\alpha \perp$ 平面 β ，那么平面 α 内所有直线都垂直于平面 β

考点：平面与平面垂直的性质。

专题：常规题型。

分析：此题考查的是平面与平面垂直的性质问题。在解答时：A 注意线面平行的定义再结合实物即可获得解答；B 反证法即可获得解答；C 利用面面垂直的性质通过在一个面内作交线的垂线，然后用线面垂直的判定定理即可获得解答；D 结合实物举反例即可。

解答：解：由题意可知：

A、结合实物：教室的门面与地面垂直，门面的上棱对应的直线就与地面平行，故此命题成立；

B、假设平面 α 内存在直线垂直于平面 β ，根据面面垂直的判定定理可知两平面垂直，故此命题成立；

C、结合面面垂直的性质可以分别在 α 、 β 内作异于 l 的直线垂直于交线，再由线面垂直的性质定理可知所作的垂线平行，进而得到线面平行再由线面平行的性质可知所作的直线与 l 平行，又 $\because$ 两条平行线中的一条垂直于平面那么另一条也垂直于平面，故命题成立；

D、举反例：教室内侧墙面与地面垂直，而侧墙面内有很多直线是不垂直与地面的，故此命题错误。

应选 D.

点评：此题考查的是平面与平面垂直的性质问题，在解答的过程当中充分表达了面面垂直、线面垂直、线面平行的定义判定定理以及性质定理的应用，值得同学们体会和反思。

5、〔2024•浙江〕设实数 x 、 y 满足不等式组
$$\begin{cases} x + 2y - 5 > 0 \\ 2x + y - 7 > 0 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$
，假设 x 、 y 为整数，那么 $3x+4y$ 的最小值是 ()

A、14 B、16

C、17 D、19

考点：简单线性规划。

专题：计算题。

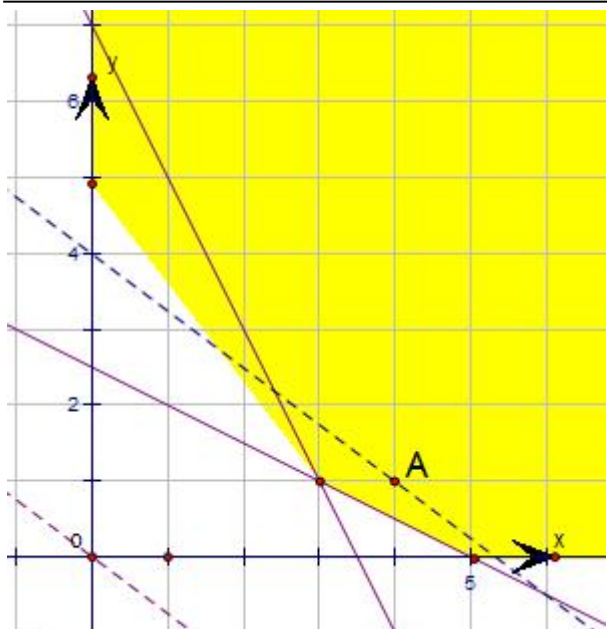
分析：此题考察的知识点是简单线性规划的应用，我们要先画出满足约束条件
$$\begin{cases} x + 2y - 5 > 0 \\ 2x + y - 7 > 0 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$
 的平面区域，然

后分析平面区域里各个整点，然后将其代入 $3x+4y$ 中，求出 $3x+4y$ 的最小值。

解答：解：依题意作出可行性区域
$$\begin{cases} x + 2y - 5 > 0 \\ 2x + y - 7 > 0 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$
 如图，目标函数 $z=3x+4y$ 在点 $(4, 1)$ 处取到最小值

$z=16$ 。

应选 B.



点评：在解决线性规划的小题时，常用“角点法”，其步骤为：①由约束条件画出可行域⇒②求出可行域各个角点的坐标⇒③将坐标逐一代入目标函数⇒④验证，求出最优解。

6、(2024•浙江) 假设 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$, $\cos(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \frac{1}{3}$, $\cos(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 那么 $\cos(\alpha + \frac{\beta}{2}) = (\quad)$

- A、 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B、 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
C、 $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ D、 $-\frac{\sqrt{6}}{9}$

考点：三角函数的恒等变换及化简求值。

专题：计算题。

分析：先利用同角三角函数的根本关系分别求得 $\sin(\frac{\pi}{4} + \alpha)$ 和 $\sin(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2})$ 的值，进而利用 $\cos(\alpha + \frac{\beta}{2}) = \cos[\frac{\pi}{4} + \alpha - (\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2})]$ 通过余弦的两角和公式求得答案。

解答：解：∵ $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$,

$$\therefore \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{4} + \alpha < \frac{3\pi}{4}, \quad \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2} < \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \sin(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \quad \sin(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}) = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore \cos(\alpha + \frac{\beta}{2}) = \cos[\frac{\pi}{4} + \alpha - (\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2})] = \cos(\frac{\pi}{4} + \alpha) \cos(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}) + \sin(\frac{\pi}{4} + \alpha) \sin(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}) = \frac{5\sqrt{3}}{9}$$

应选 C

点评：此题主要考查了三角函数的恒等变换及化简求值。关键是根据 $\cos(\alpha + \frac{\beta}{2}) = \cos[\frac{\pi}{4} + \alpha - (\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2})]$ ，巧妙利用两角和公式进行求解。

7、(2024•浙江) 假设 a 、 b 为实数，那么“ $0 < ab < 1$ ”是“ $a < \frac{1}{b}$ ”或“ $b > \frac{1}{a}$ ”的 ()

- A、充分而不必要条件 B、必要而不充分条件
C、充分必要条件 D、既不充分也不必要条件

考点：必要条件、充分条件与充要条件的判断；不等关系与不等式。

专题：计算题。

分析：因为“ $0 < ab < 1$ ” $\Rightarrow$ “ $a < \frac{1}{b}$ ”或“ $b > \frac{1}{a}$ ”．“ $a < \frac{1}{b}$ ”或“ $b > \frac{1}{a}$ ”不能推出“ $0 < ab < 1$ ”，所以“ $0 < ab < 1$ ”是“ $a < \frac{1}{b}$ ”或“ $b > \frac{1}{a}$ ”的充分而不必要条件．

解答：解： $\because a, b$ 为实数， $0 < ab < 1$ ，

$$\therefore "0 < a < \frac{1}{b}" \text{ 或 } "0 > b > \frac{1}{a}"$$

$$\therefore "0 < ab < 1" \Rightarrow "a < \frac{1}{b}" \text{ 或 } "b > \frac{1}{a}" .$$

“ $a < \frac{1}{b}$ ”或“ $b > \frac{1}{a}$ ”不能推出“ $0 < ab < 1$ ”，

所以“ $0 < ab < 1$ ”是“ $a < \frac{1}{b}$ ”或“ $b > \frac{1}{a}$ ”的充分而不必要条件．

应选 A.

点评：此题考查充分条件、必要条件和充要条件，解题时要注意根本不等式的合理运用．

8、(2024•浙江) 椭圆 $\frac{x^2}{k+8} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的离心率 $e = \frac{1}{2}$ ，那么 k 的值为 ()

A、4 或 $\frac{5}{4}$ B、4

C、4 或 $-\frac{5}{4}$ D、 $-\frac{5}{4}$

考点：椭圆的简单性质；圆锥曲线的综合。

专题：计算题。

分析：分椭圆的焦点在 x 轴时和椭圆的焦点在 y 轴时两种情况进行讨论，分别表示出椭圆的离心率求得 k ．

解答：解：当椭圆的焦点在 x 轴时， $a^2 = k+8$ ， $b^2 = 9$

$$\therefore c^2 = k - 1, \text{ 由 } e = \frac{1}{2} \text{ 求得 } k = 4,$$

当椭圆的焦点在 y 轴时， $b^2 = k+8$ ， $a^2 = 9$

$$\therefore c^2 = 1 - k, \frac{1 - k}{9} = \frac{1}{4}, \text{ 求得 } k = -\frac{5}{4}$$

应选 C.

点评：此题主要考查了椭圆的简单性质．此题易出现漏解．排除错误的方法是：因为 $1+k$ 与 9 的大小关系不定，所以椭圆的焦点可能在 x 轴上，也可能在 y 轴上．故必须进行讨论．

9、(2024•浙江) 有 5 本不同的书，其中语文书 2 本，数学书 2 本，物理书 1 本．假设将其随机地摆放到书架的同一层上，那么同一科目的书都不相邻的概率是 ()

A、 $\frac{1}{5}$ B、 $\frac{2}{5}$

C、 $\frac{3}{5}$ D、 $\frac{4}{5}$

考点：等可能事件的概率。

专题：计算题。

分析：此题是一个等可能事件的概率，试验发生包含的事件是把 5 本书随机的摆到一个书架上，共有 A_5^5 种结果，满足条件的事件是同一科目的书都不相邻，共有 $C_2^1 A_2^2 A_3^3$ 种结果，得到概率。

解答：解：由题意知此题是一个等可能事件的概率，

试验发生包含的事件是把 5 本书随机的摆到一个书架上，共有 $A_5^5=120$ 种结果，

下分类研究同类数不相邻的排法种数

假设第一本是语文书（或数学书），第二本是数学书（或语文书）那么有 $4 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 32$ 种可能；

假设第一本是语文书（或数学书），第二本是物理书，那么有 $4 \times 1 \times 2 \times 1 \times 1 = 8$ 种可能；

假设第一本是物理书，那么有 $1 \times 4 \times 2 \times 1 \times 1 = 8$ 种可能。

$\therefore$ 同一科目的书都不相邻的概率 $P = \frac{48}{120} = \frac{2}{5}$ ，

应选 B。

点评：此题考查等可能事件的概率，是一个根底题，此题是浙江卷理科的一道选择题目，这种题目可以作为选择或填空出现，也可以作为一道解答题目出现。

10、〔2024•浙江〕设 a, b, c 为实数， $f(x) = (x+a)(x^2+bx+c)$ ， $g(x) = (ax+1)(cx^2+bx+1)$ 。记集合 $S = \{x | f(x) = 0, x \in \mathbb{R}\}$ ， $T = \{x | g(x) = 0, x \in \mathbb{R}\}$ 。假设 $\{S\}$ ， $\{T\}$ 分别为集合 S ， T 的元素个数，那么以下结论不可能的是（ ）

A、 $\{S\}=1$ 且 $\{T\}=0$ B、 $\{S\}=1$ 且 $\{T\}=1$

C、 $\{S\}=2$ 且 $\{T\}=2$ D、 $\{S\}=2$ 且 $\{T\}=3$

考点：集合的包含关系判断及应用。

专题：计算题。

分析：通过给 a, b, c 赋特值，得到 A，B，C 三个选项有正确的可能，故此题可以通过排除法得到答案。

解答：解： $\because f(x) = (x+a)(x^2+bx+c)$ ，当 $f(x) = 0$ 时至少有一个根 $x = -a$

当 $b^2 - 4c = 0$ 时， $f(x) = 0$ 还有一根 $x = -\frac{b}{2}$ 只要 $b \neq -2a$ ， $f(x) = 0$ 就有 2 个根；当 $b = -2a$ ， $f(x) = 0$ 是一个根

当 $b^2 - 4c < 0$ 时， $f(x) = 0$ 只有一个根；

当 $b^2 - 4c > 0$ 时， $f(x) = 0$ 只有二个根或三个根

当 $a=b=c=0$ 时 $\{S\}=1$ ， $\{T\}=0$

当 $a>0$ ， $b=0$ ， $c>0$ 时， $\{S\}=1$ 且 $\{T\}=1$

当 $a=c=1$ ， $b=-2$ 时，有 $\{S\}=2$ 且 $\{T\}=2$

应选 D

点评：此题考查解决选择题时，常通过举特例，利用排除法将一定不正确的选项排除，从而选出正确选项，排除法是解决直接求解有困难的选择題的一个好方法，合理恰当的运用，可以提高解题的速度。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/996205124021010153>