福建省罗源第一中学2024年高考数学全真模拟密押卷

考生请注意：

1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．胡夫金字塔是底面为正方形的锥体，四个侧面都是相同的等腰三角形．研究发现，该金字塔底面周长除以2倍的塔高，恰好为祖冲之发现的密率$\frac{355}{113}\approx\pi$．设胡夫金字塔的高为$h$，假如对胡夫金字塔进行亮化，沿其侧棱和底边布设单条灯带，则需要灯带的总长度约为

A．$(4\pi+\frac{\sqrt{2\pi^2+4}}{2})h$　　B．$(2\pi+\frac{\sqrt{\pi^2+16}}{4})h$

C．$(8\pi+4\sqrt{2\pi^2+1})h$　　D．$(2\pi+\sqrt{2\pi^2+16})h$

2．设$x\in\mathbf{R}$，则“$x^3<27$”是“$|x|<3$”的（　　）

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

3．已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x+3\cos\omega x(\omega>0)$，对任意的$x_1$，$x_2$，当$f(x_1)f(x_2)=-12$时，$|x_1-x_2|_{\min}=\frac{\pi}{2}$，则下列判断正确的是（　　）

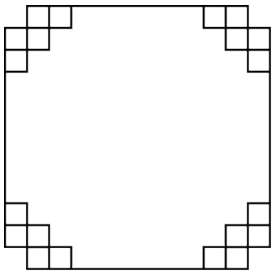
A．$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=1$　　B．函数$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$上递增

C．函数$f(x)$的一条对称轴是$x=\frac{7\pi}{6}$　　D．函数$f(x)$的一个对称中心是$\left(\frac{\pi}{3},0\right)$

4．若各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$满足$a_3=3a_1+2a_2$，则公比$q=$（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

5．窗花是贴在窗纸或窗户玻璃上的剪纸，是中国古老的传统民间艺术之一，它历史悠久，风格独特，神兽人们喜爱．下图即是一副窗花，是把一个边长为12的大正方形在四个角处都剪去边长为1的小正方形后剩余的部分，然后在剩余部分中的四个角处再剪出边长全为1的一些小正方形．若在这个窗花内部随机取一个点，则该点不落在任何一个小正方形内的概率是（　　）



A．$\frac{3}{7}$　　B．$\frac{4}{7}$　　C．$\frac{5}{7}$　　D．$\frac{6}{7}$

6．已知函数 $f\left(x\right)=x\left(x-ln\frac{x^2}{a}\right)$，关于 x 的方程 f（x）＝a 存在四个不同实数根，则实数 a 的取值范围是（　　）

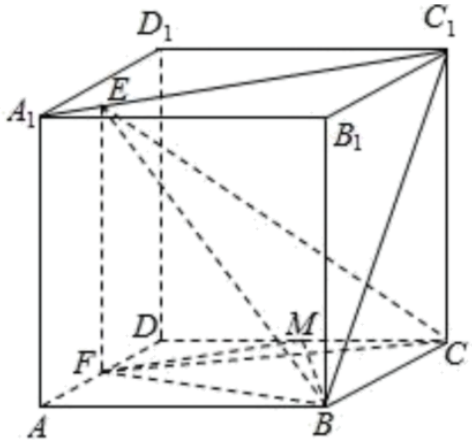
A．（0，1）∪（1，e）　　B．$\left(0,\frac{1}{e}\right)$

C．$\left(\frac{1}{e},1\right)$　　D．（0，1）

7．点 O 在 ΔABC 所在的平面内，$\left|\overrightarrow{OA}\right|=\left|\overrightarrow{OB}\right|=\left|\overrightarrow{OC}\right|$，$\left|\overrightarrow{AB}\right|=2$，$\left|\overrightarrow{AC}\right|=1$，$\overrightarrow{AO}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}\left(\lambda,\mu\in\mathrm{R}\right)$，且 $4\lambda-\mu=2\left(\mu\neq0\right)$，则 $\left|\overrightarrow{BC}\right|$=（　　）

A．$\frac{7}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{7}}{2}$　　C．7　　D．$\sqrt{7}$

8．如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，动点 E 在线段 A_1C_1 上，F、M 分别是 AD、CD 的中点，则下列结论中错误的是（　　）



A．$FM//A_1C_1$，　　B．存在点 E，使得平面 $BEF//$ 平面 CC_1D_1D

C．$BM\perp$ 平面 CC_1F　　D．三棱锥 $B-CEF$ 的体积为定值

9．已知函数 $f(x)=\begin{cases}(x-1)^3, x\le 1\\ \ln x, x>1\end{cases}$，若 $f(a)>f(b)$，则下列不等关系正确的是（　　）

A．$\dfrac{1}{a^2+1}<\dfrac{1}{b^2+1}$　　B．$\sqrt[3]{a}>\sqrt[3]{b}$

C．$a^2<ab$　　D．$\ln\left(a^2+1\right)>\ln\left(b^2+1\right)$

10．已知直线 $x+y=t$ 与圆 $x^2+y^2=2t-t^2\left(t\in R\right)$ 有公共点，则 $t\left(4-t\right)$ 的最大值为（　　）

A．4　　B．$\dfrac{28}{9}$　　C．$\dfrac{32}{9}$　　D．$\dfrac{32}{7}$

11．设□, □ ∈ (0,1) ∪ (1, +∞)，则"□ = □"是"□□□□ □ = □□□□ □"的（　　）

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

12．要得到函数 $y=\sqrt{3}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{12}\right)$ 的图象，只需将函数 $y=\sqrt{3}\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ 图象上所有点的横坐标（　　）

A．伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），再将得到的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位长度

B．伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），再将得到的图像向左平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位长度

C．缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$ 倍（纵坐标不变），再将得到的图象向左平移 $\dfrac{5\pi}{24}$ 个单位长度

D．缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$ 倍（纵坐标不变），再将得到的图象向右平移 $\dfrac{11\pi}{24}$ 个单位长度

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知实数 x、y 满足 $\begin{cases}y\ge 1\\ y\le 2x-1\\ x+y\le m\end{cases}$，且可行域表示的区域为三角形，则实数 m 的取值范围为_____，若目标函数 $z=x-y$ 的最小值为-1，则实数 m 等于_____.

14．已知 $\{a_n\}$ 为等比数列，S_n 是它的前 n 项和.若 $a_2a_3=2a_1$，且 a_4 与 $2a_7$ 的等差中项为 $\dfrac{3}{4}$，则 $S_5=$_____.

15．已知抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F，斜率为 2 的直线 l 与 C 的交点为 A,B，若 $|AF|+|BF|=5$，则直线 l 的方程为_____.

16．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$AD=1$，则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}$ 的值为_____.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+2\cos\theta \\ y=2\sin\theta \end{cases}$（$\theta$ 为参数），以原点为极点，x 轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2=\dfrac{4}{\cos^2\alpha+4\sin^2\alpha}$.

（1）求曲线 C_1 的极坐标方程以及曲线 C_2 的直角坐标方程；

（2）若直线 $l:y=kx$ 与曲线 C_1、曲线 C_2 在第一象限交于 P,Q 两点，且 $|OP|=2|OQ|$，点 M 的坐标为 $(2,0)$，求 ΔMPQ 的面积.

18.（12 分）随着互联网金融的不断发展，很多互联网公司推出余额增值服务产品和活期资金管理服务产品，如蚂蚁金服旗下的“余额宝”，腾讯旗下的“财富通”，京东旗下“京东小金库”.为了调查广大市民理财产品的选择情况，随机抽取 1200 名使用理财产品的市民，按照使用理财产品的情况统计得到如下频数分布表：

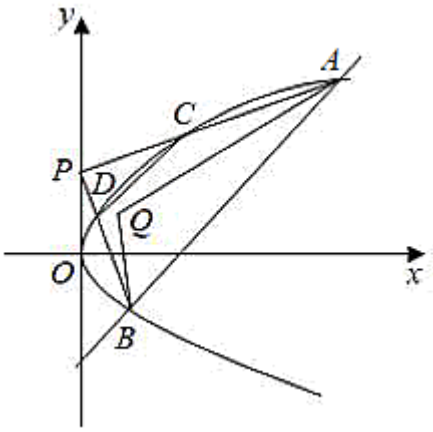
分组	频数（单位：名）
使用“余额宝”	x
使用“财富通”	y
使用“京东小金库”	30
使用其他理财产品	50
合计	1200

已知这 1200 名市民中，使用“余额宝”的人比使用“财富通”的人多 160 名.

（1）求频数分布表中 x，y 的值；

（2）已知 2018 年“余额宝”的平均年化收益率为 2.8%，“财富通”的平均年化收益率为 4.2%.若在 1200 名使用理财产品的市民中，从使用“余额宝”和使用“财富通”的市民中按分组用分层抽样方法共抽取 7 人，然后从这 7 人中随机选取 2 人，假设这 2 人中每个人理财的资金有 10000 元，这 2 名市民 2018 年理财的利息总和为 X，求 X 的分布列及数学期望.注：平均年化收益率，也就是我们所熟知的利息，理财产品“平均年化收益率为 3%”即将 100 元钱存入某理财产品，一年可以获得 3 元利息.

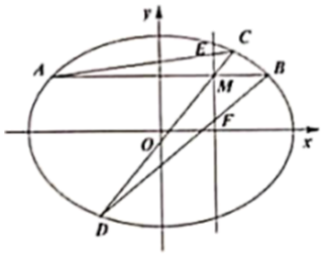
19.（12 分）已知点 $P(0,1)$，直线 $y=x+t\,(t<0)$ 与抛物线 $y^2=2x$ 交于不同两点 A、B，直线 PA、PB 与抛物线的另一交点分别为两点 C、D，连接 CD，点 P 关于直线 CD 的对称点为点 Q，连接 AQ、BQ.



（1）证明：$AB//CD$；

（2）若 ΔQAB 的面积 $S\geq 1-t$，求 t 的取值范围.

20.（12 分）如图，过点 $M(2,2)$ 且平行与 *x* 轴的直线交椭圆 $\frac{x^2}{2}+y^2=m(m>0)$ 于 *A*、*B* 两点，且 $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{MB}$.



（1）求椭圆的标准方程；

（2）过点 *M* 且斜率为正的直线交椭圆于段 *C*、*D*，直线 *AC*、*BD* 分别交直线 $x=2$ 于点 *E*、*F*，求证：$\frac{1}{|ME|}-\frac{1}{|MF|}$ 是定值.

21.（12 分）在平面直角坐标系中，$A(-2,0)$，$B(2,0)$，且 ΔABC 满足 $\tan A\tan B=\frac{1}{2}$

（1）求点 C 的轨迹 E 的方程；

（2）过 $F(-\sqrt{2},0)$ 作直线 MN 交轨迹 E 于 M，N 两点，若 ΔMAB 的面积是 ΔNAB 面积的 2 倍，求直线 MN 的方程.

22.（10 分）在 $\triangle ABC$ 中，*a*，*b*，*c* 分别是角 *A*，*B*，*C* 的对边，并且 $b^2+c^2-a^2=bc$.

（1）已知_____，计算 $\triangle ABC$ 的面积；

请① $a=\sqrt{7}$，② $b=2$，③ $\sin C=2\sin B$

这三个条件中任选两个，将问题（1）补充完整，并作答.注意，只需选择其中的一种情况作答即可，如果选择多种情况作答，以第一种情况的解答计分.

（2）求$\cos B+\cos C$的最大值.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

设胡夫金字塔的底面边长为a，由题可得$\frac{4a}{2h}=\pi$，所以$a=\frac{\pi h}{2}$，

该金字塔的侧棱长为$\sqrt{h^2+(\frac{\sqrt{2}a}{2})^2}=\sqrt{h^2+\frac{\pi^2h^2}{8}}=\frac{h\sqrt{2\pi^2+16}}{4}$，

所以需要灯带的总长度约为$4\times\frac{h\sqrt{2\pi^2+16}}{4}+4\times\frac{\pi h}{2}=(2\pi+\sqrt{2\pi^2+16})h$，故选D.

2、B

【解析】

先解不等式化简两个条件，利用集合法判断充分必要条件即可

【详解】

解不等式$x^3<27$可得$x<3$，

解绝对值不等式$|x|<3$可得$-3<x<3$，

由于$\{x|-3<x<3\}$为$\{x|x<3\}$的子集，

据此可知“$x^3<27$”是“$|x|<3$”的必要不充分条件.

故选：B

【点睛】

本题考查了必要不充分条件的判定，考查了学生数学运算，逻辑推理能力，属于基础题.

3、D

【解析】

利用辅助角公式将正弦函数化简，然后通过题目已知条件求出函数的周期T，从而得到ω

，即可求出解析式，然后利用函数的性质即可判断.

【详解】

Q $f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin\omega x+3\cos\omega x=2\sqrt{3}\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$，

又Q $-\le\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)\le1$，即 $-2\sqrt{3}\le2\sqrt{3}\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)\le2\sqrt{3}$，

$\therefore$ 有且仅有 $-2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}=-12$ 满足条件；

又 $\left|x_1-x_2\right|_{\min}=\frac{\pi}{2}$，则 $\frac{T}{2}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow T=\pi$，

$\therefore\omega=\frac{2\pi}{T}=2$，$\therefore$ 函数 $f\left(x\right)=2\sqrt{3}\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，

对于 A，$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=2\sqrt{3}\sin\frac{2\pi}{3}=3$，故 A 错误；

对于 B，由 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi\left(k\in Z\right)$，

解得 $-\frac{5\pi}{12}+k\pi\le x\le\frac{\pi}{12}+k\pi\left(k\in Z\right)$，故 B 错误；

对于 C，当 $x=\frac{7\pi}{6}$ 时，$f\left(\frac{7\pi}{6}\right)=2\sqrt{3}\sin\left(\frac{7\pi}{3}+\frac{\pi}{3}\right)=2\sqrt{3}\sin\frac{2\pi}{3}$，故 C 错误；

对于 D，由 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=2\sqrt{3}\sin\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{3}\right)=0$，故 D 正确.

故选：D

【点睛】

本题考查了简单三角恒等变换以及三角函数的性质，熟记性质是解题的关键，属于基础题.

4、C

【解析】

由正项等比数列满足 $a_3=3a_1+2a_2$，即 $a_1q^2=3a_1+2a_1q$，又 $a_1\ne0$，即 $q^2-2q-3=0$，运算即可得解.

【详解】

解：因为 $a_3=3a_1+2a_2$，所以 $a_1q^2=3a_1+2a_1q$，又 $a_1\ne0$，所以 $q^2-2q-3=0$，

又 $q>0$，解得 $q=3$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了等比数列基本量的求法，属基础题.

5、D

【解析】

由几何概型可知,概率应为非小正方形面积与窗花面积的比,即可求解.

【详解】

由题,窗花的面积为$12^2-4\times1=140$,其中小正方形的面积为$5\times4=20$,

所以所求概率$P=\frac{140-20}{140}=\frac{6}{7}$,

故选:D

【点睛】

本题考查几何概型的面积公式的应用,属于基础题.

6、D

【解析】

原问题转化为$\frac{x^2}{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\cdot\frac{x}{\sqrt{a}}ln\frac{x^2}{a}=1$有四个不同的实根，换元处理令$t=\frac{x}{\sqrt{a}}$，对$g(t)=lnt^2-\sqrt{a}\left(t-\frac{1}{t}\right)$进行零点个数讨论.

【详解】

由题意，$a>2$，令$t=\frac{x}{\sqrt{a}}$，

则$f(x)=a\Leftrightarrow x\left(x-ln\frac{x^2}{a}\right)=a\Leftrightarrow\frac{x^2}{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\cdot\frac{x}{\sqrt{a}}ln\frac{x^2}{a}=1$

$\Leftrightarrow t^2-\frac{1}{\sqrt{a}}tlnt^2=1\Leftrightarrow lnt^2-\sqrt{a}\left(t-\frac{1}{t}\right)=0$.

记$g(t)=lnt^2-\sqrt{a}\left(t-\frac{1}{t}\right)$.

当$t<2$时，$g(t)=2ln(-t)-\sqrt{a}\left(t-\frac{1}{t}\right)$单调递减，且$g(-2)=2$，

又$g(2)=2$，∴只需$g(t)=2$在$(2,+\infty)$上有两个不等于2的不等根.

则$lnt^2-\sqrt{a}\left(t-\frac{1}{t}\right)=0\Leftrightarrow\sqrt{a}=\frac{2tlnt}{t^2-1}$,

记$h(t)=\frac{2tlnt}{t^2-1}$（$t>2$且$t\neq2$），

则 $h'(t)=\dfrac{(2lnt+2)(t^2-1)-4t^2lnt}{(t^2-1)^2}=\dfrac{2(t^2+1)\left(\dfrac{t^2-1}{t^2+1}-lnt\right)}{(t^2-1)^2}$.

令 $\varphi(t)=\dfrac{t^2-1}{t^2+1}-lnt$，则 $\varphi'(t)=\dfrac{2t(t^2+1)-2t(t^2-1)}{(t^2+1)^2}-\dfrac{1}{t}=-\dfrac{(t^2-1)^2}{t(t^2+1)^2}<2$.

$\because\varphi(2)=2$，$\therefore\varphi(t)=\dfrac{t^2-1}{t^2+1}-lnt$ 在（2，2）大于 2，在（2，+∞）上小于 2.

$\therefore h'(t)$ 在（2，2）上大于 2，在（2，+∞）上小于 2，

则 $h(t)$ 在（2，2）上单调递增，在（2，+∞）上单调递减.

由 $\lim\limits_{t\to1}\dfrac{2tlnt}{t^2-1}=\lim\limits_{t\to1}\dfrac{2lnt+2}{2}=1$，可得 $\sqrt{a}<1$，即 $a<2$.

$\therefore$实数 a 的取值范围是（2，2）.

故选：D.

【点睛】

此题考查方程的根与函数零点问题，关键在于等价转化，将问题转化为通过导函数讨论函数单调性解决问题.

7、D

【解析】

确定点 O 为 ΔABC 外心，代入化简得到 $\lambda=\dfrac{5}{6}$，$\mu=\dfrac{4}{3}$，再根据 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$ 计算得到答案.

【详解】

由 $\left|\overrightarrow{OA}\right|=\left|\overrightarrow{OB}\right|=\left|\overrightarrow{OC}\right|$ 可知，点 O 为 ΔABC 外心，

则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2=2$，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}^2=\dfrac{1}{2}$，又 $\overrightarrow{AO}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，

所以 $\begin{cases}\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{AB}^2+\mu\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=4\lambda+\mu\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=2,\\ \overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}=\lambda\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\mu\overrightarrow{AC}^2=\lambda\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\mu=\dfrac{1}{2},\end{cases}$ ①

因为 $4\lambda-\mu=2$，②

联立方程①②可得 $\lambda=\dfrac{5}{6}$，$\mu=\dfrac{4}{3}$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-1$，因为 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$，

所以 $\overrightarrow{BC}^2=\overrightarrow{AC}^2+\overrightarrow{AB}^2-2\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=7$，即 $\left|\overrightarrow{BC}\right|=\sqrt{7}$.

故选：D

【点睛】

本题考查了向量模长的计算，意在考查学生的计算能力.

8、B

【解析】

根据平行的传递性判断 A；根据面面平行的定义判断 B；根据线面垂直的判定定理判断 C；由三棱锥 $B-CEF$ 以三角形 BCF 为底，则高和底面积都为定值，判断 D.

【详解】

在 A 中，因为 F,M 分别是 AD,CD 中点，所以 $FM//AC//A_1C_1$，故 A 正确；

在 B 中，由于直线 BF 与平面 CC_1D_1D 有交点，所以不存在点 E，使得平面 BEF / / 平面 CC_1D_1D，故 B 错误；

在 C 中，由平面几何得 $BM\perp CF$，根据线面垂直的性质得出 $BM\perp C_1C$，结合线面垂直的判定定理得出 $BM\perp$ 平面 CC_1F，故 C 正确；

在 D 中，三棱锥 $B-CEF$ 以三角形 BCF 为底，则高和底面积都为定值，即三棱锥 $B-CEF$ 的体积为定值，故 D 正确；

故选：B

【点睛】

本题主要考查了判断面面平行，线面垂直等，属于中档题.

9、B

【解析】

利用函数的单调性得到 a,b 的大小关系，再利用不等式的性质，即可得答案.

【详解】

$\because f(x)$ 在 ***R*** 上单调递增，且 $f(a)>f(b)$，$\therefore a>b$.

$\because a,b$ 的符号无法判断，故 a^2 与 b^2，a^2 与 ab 的大小不确定，

对 A，当 $a=1,b=-1$ 时，$\dfrac{1}{a^2+1}=\dfrac{1}{b^2+1}$，故 A 错误；

对 C，当 $a=1,b=-1$ 时，$a^2=1,ab=-1$，故 C 错误；

对 D，当 $a=1,b=-1$ 时，$\ln\left(a^2+1\right)=\ln\left(b^2+1\right)$，故 D 错误；

对 B，对 $a>b$，则 $\sqrt[3]{a}>\sqrt[3]{b}$，故 ***B*** 正确.

故选：B.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/996212203050010125