

专练

1. 已知 $f(x) = 3ax^2 + bx - 5a + b$ 是偶函数, 且其定义域为 $[6a-1, a]$, 则 $a+b=(\quad)$

A. $\frac{1}{7}$ B. -1

C. 1 D. 7

2. 若函数 $f(x) = \frac{2^x + 1}{2^x - a}$ 是奇函数, 则使 $f(x) > 3$ 成立的 x 的取值范围为 $(\quad)$

A. $(-\infty, -1)$ B. $(-1, 0)$

C. $(0, 1)$ D. $(1, +\infty)$

3. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上以 2 为周期的偶函数, 已知 $x \in (0, 1)$ 时, $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(1-x)$, 则函数 $f(x)$ 在 $(1, 2)$ 上 $(\quad)$

A. 是增函数且 $f(x) < 0$

B. 是增函数且 $f(x) > 0$

C. 是减函数且 $f(x) < 0$

D. 是减函数且 $f(x) > 0$

4. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$, 若 $f(a) = \frac{2}{3}$, 则 $f(-a) = (\quad)$

A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$

C. $\frac{4}{3}$ D. $-\frac{4}{3}$

5. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 且 $f(0) = -1$, 且对任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $f(x) = -f(2-x)$ 成立, 则 $f(2017)$ 的值为 $(\quad)$

A. 1 B. -1

C. 0 D. 2

6. 设 $f(x)$ 是定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的函数, 满足条件 $y = f(x+1)$ 是偶函数, 且当 $x \geq 1$ 时, $f(x) = \frac{1}{2^x} - 1$, 则 $f(\frac{2}{3}), f(\frac{3}{2}), f(\frac{1}{3})$ 的大小关系是 $(\quad)$

A. $f(\frac{2}{3}) > f(\frac{3}{2}) > f(\frac{1}{3})$

B. $f(\frac{2}{3}) > f(\frac{1}{3}) > f(\frac{3}{2})$

C. $f_2^3 > f_3^2 > f_3^1$

D. $f_3^1 > f_2^3 > f_3^2$

7. 已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0]$ 上单调递减, 则满足 $f(2x-1) < f(\frac{1}{3})$ 的 x 的取值范围是()

A. $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$ B. $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$

C. $[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}]$ D. $[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}]$

8. 函数 $f(x)$ 的图象向右平移 1 个单位长度, 所得图象与曲线 $y = e^x$ 关于 y 轴对称, 则 $f(x) =$ ()

A. e^{x+1} B. e^{x-1}

C. e^{-x+1} D. e^{-x-1}

9. 函数 $f(x) = a^x + \log_a(x+1)$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值和最小值之和为 a , 则 a 的值为()

A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$

C. 2 D. 4

10. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \begin{cases} \log_2(1-x), & x \leq 0, \\ x-6, & x > 0, \end{cases}$

A. $-\frac{1}{2}$ B. 0

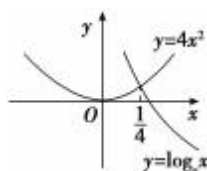
则 $f(2019) =$ ()

C. 1 D. 2

11. 若不等式 $4x^2 - \log_a x < 0$ 对任意 $x \in [0, \frac{1}{4}]$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为()

A. $[\frac{1}{256}, 1]$ B. $[\frac{1}{256}, 1]$

C. $[0, \frac{1}{256}]$ D. $[0, \frac{1}{256}]$



12. 已知 x_0 是 $f(x) = \begin{cases} 1 \\ 2 \end{cases} x + \frac{1}{x}$ 的一个零点, $x_1 \in (-\infty, x_0)$, $x_2 \in (x_0, 0)$, 则()

A. $f(x_1) < 0, f(x_2) < 0$

B. $f(x_1) > 0, f(x_2) > 0$

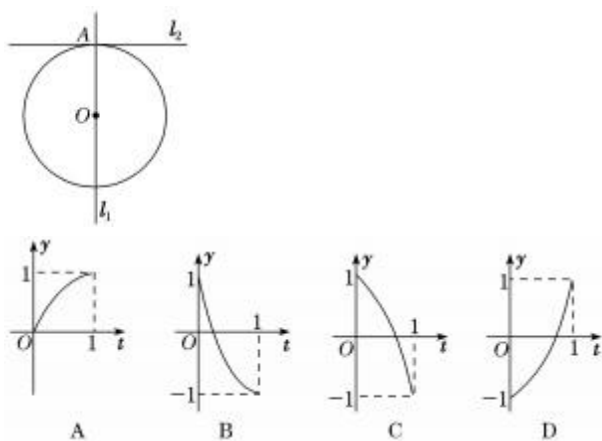
C. $f(x_1) > 0, f(x_2) < 0$

D. $f(x_1) < 0, f(x_2) > 0$

13. 设函数 $f(x)$ 为偶函数, 且 $\forall x \in \mathbb{R}, f\left(x - \frac{3}{2}\right) = f\left(x + \frac{1}{2}\right)$, 当 $x \in [2, 3]$ 时, $f(x) = x$, 则当 $x \in [-2, 0]$ 时, $f(x) =$ ()

- A. $|x+4|$ B. $|2-x|$
 C. $2+|x+1|$ D. $3-|x+1|$

14.如图, 已知 $l_1 \perp l_2$, 圆心在 l_1 上、半径为 1 m 的圆 O 沿 l_1 以 1 m/s 的速度匀速竖直向上移动, 且在 $t=0$ 时, 圆 O 与 l_2 相切于点 A , 圆 O 被直线 l_2 所截得到的两段圆弧中, 位于 l_2 上方的圆弧的长记为 x , 令 $y = \cos x$, 则 y 与时间 $t(0 \leq t \leq 1, \text{单位: s})$ 的函数 $y=f(t)$ 的图象大致为()



15. 设 $m \in \mathbb{Z}$, 对于给定的实数 x , 若 $x \in \left[m - \frac{1}{2}, m + \frac{1}{2} \right)$, 则我们就把整数 m 叫做距实数 x 最近的整数,

并把它记为 $\{x\}$, 现有关于函数 $f(x) = x - \{x\}$ 的四个命题:

① $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$;

② 函数 $f(x)$ 的值域是 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$;

③ 函数 $f(x)$ 是奇函数;

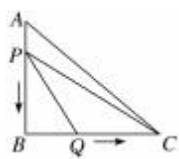
④ 函数 $f(x)$ 是周期函数, 其最小正周期为 1.

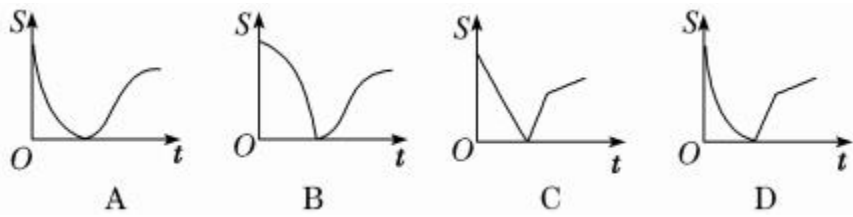
其中, 真命题的个数为()

- A. 1 B. 2
 C. 3 D. 4

16.如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 6 \text{ cm}$, $BC = 8 \text{ cm}$, 点 P 以 1 cm/s 的速度沿 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 的路径向 C 移动, 点 Q 以 2 cm/s 的速度沿 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 的路径向 A 移动, 当点 Q 到达 A 点时, P, Q 两点同时停

止移动. 记 $\triangle PCQ$ 的面积关于移动时间 t 的函数为 $S=f(t)$, 则 $f(t)$ 的图象大致为()





17. 已知函数 $f_1(x) = |x-1|$, $f_2(x) = \frac{1}{3}x+1$, $g(x) = \frac{f_1(x) + f_2(x)}{2} + \frac{|f_1(x) - f_2(x)|}{2}$, 若 $a, b \in [-1, 5]$, 且当 $x_1, x_2 \in [a, b]$ 时, $\frac{g(x_1) - g(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ 恒成立, 则 $b-a$ 的最大值为_____.

18. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, -2)$ 上单调递增, 且 $f(x-2)$ 是偶函数, 若对一切实数 x , 不等式 $f(2\sin x - 2) > f(\sin x - 1 - m)$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围为_____.

19. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$, 对任意的实数 x , 均有 $f(x+3) \leq f(x) + 3$, $f(x+2) \geq f(x) + 2$ 且 $f(1) = 2$, 则 $f(2017)$ 的值为_____.

20. 关于函数, 给出下列命题:

①若函数 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上周期为 3 的偶函数, 且满足 $f(1) = 1$, 则 $f(2) - f(-4) = 0$;

②若函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)f(x) = 2017$, 则 $f(x)$ 是周期函数;

③若函数 $g(x) = \begin{cases} x-1, & x > 0, \\ f(x), & x < 0 \end{cases}$ 是偶函数, 则 $f(x) = x+1$;

④函数 $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}|2x-3|}$ 的定义域为 $[\frac{3}{2}, +\infty)$.

其中正确的命题是_____. (写出所有正确命题的序号)

21. 已知函数 $f(x) = ax^2 + bx + 1$ (a, b 为实数, $a \neq 0, x \in \mathbf{R}$).

(1)若函数 $f(x)$ 的图象过点 $(-2, 1)$, 且方程 $f(x) = 0$ 有且只有一个根, 求 $f(x)$ 的表达式;

(2)在(1)的条件下, 当 $x \in [-1, 2]$ 时, $g(x) = f(x) - kx$ 是单调函数, 求实数 k 的取值范围.

22. 已知函数 $f(x) = b + a^x$ (其中 a, b 为常量, 且 $a > 0, a \neq 1$) 的图象经过点 $A(1, 6), B(3, 24)$.

(1)求 $f(x)$ 的表达式;

(2)若不等式 $\frac{1}{a}x + \frac{1}{b}x - m \geq 0$ 在 $x \in (-\infty, 1]$ 时恒成立, 求实数 m 的取值范围.

23. 已知函数 $f(x) = e^x - e^{-x}$ ($x \in \mathbf{R}$, 且 e 为自然对数的底数).

(1)判断函数 $f(x)$ 的单调性与奇偶性;

(2)是否存在实数 t ，使不等式 $f(x-t)+f(x^2-t^2)\geq 0$ 对一切 $x\in\mathbf{R}$ 都成立？若存在，求出 t ；若不存在，请说明理由.

高考押题专练

1. 已知 $f(x) = 3ax^2 + bx - 5a + b$ 是偶函数, 且其定义域为 $[6a-1, a]$, 则 $a+b=(\quad)$

A. $\frac{1}{7}$ B. -1

C. 1 D. 7

【答案】A.

【解析】 $\because f(x)$ 为偶函数, $\therefore b=0$. 定义域为 $[6a-1, a]$ 则 $6a-1+a=0$, $\therefore a=\frac{1}{7}$, $\therefore a+b=\frac{1}{7}$.

2. 若函数 $f(x) = \frac{2^x + 1}{2^x - a}$ 是奇函数, 则使 $f(x) > 3$ 成立的 x 的取值范围为 $(\quad)$

A. $(-\infty, -1)$ B. $(-1, 0)$

C. $(0, 1)$ D. $(1, +\infty)$

【答案】C

【解析】 $f(-x) = \frac{2^{-x} + 1}{2^{-x} - a} = \frac{1 + 2^x}{1 - a \cdot 2^x}$, 由 $f(-x) = -f(x)$ 得 $\frac{1 + 2^x}{1 - a \cdot 2^x} = -\frac{2^x + 1}{2^x - a}$, 即 $1 - a \cdot 2^x = -2^x + a$, 化简得 $a \cdot (1 + 2^x) = 1 + 2^x$, 所以 $a = 1$, $f(x) = \frac{2^x + 1}{2^x - 1}$.

由 $f(x) > 3$ 得 $0 < x < 1$. 故选 C.

3. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上以2为周期的偶函数, 已知 $x \in (0, 1)$ 时, $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(1-x)$, 则函数 $f(x)$ 在 $(1, 2)$ 上 $(\quad)$

A. 是增函数且 $f(x) < 0$

B. 是增函数且 $f(x) > 0$

C. 是减函数且 $f(x) < 0$

D. 是减函数且 $f(x) > 0$

【答案】D

【解析】设 $-1 < x < 0$, 则 $0 < -x < 1$, $f(-x) = \log_{\frac{1}{2}}(1+x) = f(x) > 0$, 故函数 $f(x)$ 在 $(-1, 0)$ 上单调递减. 又

因为 $f(x)$ 以2为周期, 所以函数 $f(x)$ 在 $(1, 2)$ 上也单调递减且有 $f(x) > 0$.

4. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$, 若 $f(a) = \frac{2}{3}$, 则 $f(-a) = (\quad)$

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{4}{3}$ D.

$$-\frac{2}{3} \quad -\frac{4}{3}$$

【答案】C

【解析】 $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2+1} = 1 + \frac{x}{x^2+1}$ ，设 $f(x) = 1 + g(x)$ ，即 $g(x) = \frac{x}{x^2+1} = f(x) - 1$. $g(x)$ 为奇函数，满足 $g(-$

$x) = -g(x)$. 由 $f(a) = \frac{2}{3}$ ，得 $g(a) = f(a) - 1 = -\frac{1}{3}$ ，则 $g(-a) = \frac{1}{3}$ ，故 $f(-a) = 1 + g(-a) = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$.

5. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，且 $f(0) = -1$ ，且对任意 $x \in \mathbf{R}$ ，有 $f(x) = -f(2-x)$ 成立，则 $f(2017)$ 的值为()

A. 1 B. -1

C. 0 D. 2

【答案】C

【解析】由题知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数， $f(x) = -f(2-x)$ ，可知函数 $f(x)$ 为周期为 4 的周期函数. 令 $x = 1$ 得， $f(1) = -f(2-1) = -f(1)$ ，所以 $f(1) = 0$ ，所以 $f(2017) = f(4 \times 504 + 1) = f(1) = 0$ ，故选 C.

6. 设 $f(x)$ 是定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的函数，满足条件 $y = f(x+1)$ 是偶函数，且当 $x \geq 1$ 时， $f(x) = \frac{1}{2^{x-1}} - 1$ ，则 $f\left(\frac{2}{3}\right)$ ， $f\left(\frac{3}{2}\right)$ ， $f\left(\frac{1}{3}\right)$ 的大小关系是()

A. $f\left(\frac{2}{3}\right) > f\left(\frac{3}{2}\right) > f\left(\frac{1}{3}\right)$

B. $f\left(\frac{2}{3}\right) > f\left(\frac{1}{3}\right) > f\left(\frac{3}{2}\right)$

C. $f\left(\frac{2}{3}\right) > f\left(\frac{3}{2}\right) > f\left(\frac{1}{3}\right)$

D. $f\left(\frac{1}{3}\right) > f\left(\frac{3}{2}\right) > f\left(\frac{2}{3}\right)$

【答案】A

【解析】. 函数 $y = f(x+1)$ 是偶函数，所以 $f(-x+1) = f(x+1)$ ，即函数关于 $x = 1$ 对称.

所以 $f\left(\frac{2}{3}\right) = f\left(\frac{4}{3}\right)$ ， $f\left(\frac{1}{3}\right) = f\left(\frac{5}{3}\right)$ ，

当 $x \geq 1$ 时， $f(x) = \frac{1}{2^{x-1}} - 1$ 单调递减，

所以由 $\frac{4}{3} < \frac{3}{2} < \frac{5}{3}$ ，可得

$f\left(\frac{4}{3}\right) > f\left(\frac{3}{2}\right) > f\left(\frac{5}{3}\right)$ ，

即 $f\left(\frac{2}{3}\right) > f\left(\frac{3}{2}\right) > f\left(\frac{1}{3}\right)$ ，故选 A.

7. 已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0]$ 上单调递减，则满足 $f(2x-1) < f\left(\frac{1}{3}\right)$ 的 x 的取值范围是()

$$\text{A. } \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \quad \text{B. } \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

C. $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right]$ D. $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$

【答案】A

【解析】由函数 $f(x)$ 为偶函数且在区间 $(-\infty, 0]$ 上单调递减，得函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增，于是

是将不等式 $f(2x-1) < f\left(\frac{1}{3}\right)$ 转化为 $f(|2x-1|) < f\left(\frac{1}{3}\right)$. 根据单调性，知 $|2x-1| < \frac{1}{3}$ ，解得 $\frac{1}{3} < x < \frac{2}{3}$ ，故选 A.

8. 函数 $f(x)$ 的图象向右平移 1 个单位长度，所得图象与曲线 $y = e^x$ 关于 y 轴对称，则 $f(x) =$ ()

A. e^{x+1} B. e^{x-1}

C. e^{-x+1} D. e^{-x-1}

【答案】D

【解析】依题意， $f(x)$ 的图象向右平移 1 个单位长度之后得到的曲线对应的函数应为 $y = e^{-x}$ ，于是 $f(x)$

的图象相当于曲线 $y = e^{-x}$ 向左平移 1 个单位长度的结果，

$\therefore f(x) = e^{-x-1}$ ，故选 D.

9. 函数 $f(x) = a^x + \log_a(x+1)$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值和最小值之和为 a ，则 a 的值为()

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$

C. 2 D. 4

【答案】B

【解析】 $f(x) = a^x + \log_a(x+1)$ 是单调递增(减)函数(原因是 $y = a^x$ 与 $y = \log_a(x+1)$ 的单调性相同)，且在 $[0, 1]$

上的最值分别在两端点处取得，最值之和为 $f(0) + f(1) = a^0 + \log_a 1 + a + \log_a 2 = a$ ， $\therefore \log_a 2 + 1 = 0$ ，

$\therefore a = \frac{1}{2}$.

10. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \begin{cases} \log_2(1-x), & x \leq 0, \\ f(x-6), & x > 0, \end{cases}$

则 $f(2019) =$ ()

A. -1 B. 0

C. 1 D. 2

A. 256 B. 256

【答案】D

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/997111142143006160>