第 05 讲 平方根

模块导航

模块一　思维导图串知识

模块二　基础知识全梳理（吃透教材）

模块三　核心考点举一反三

模块四　小试牛刀过关测

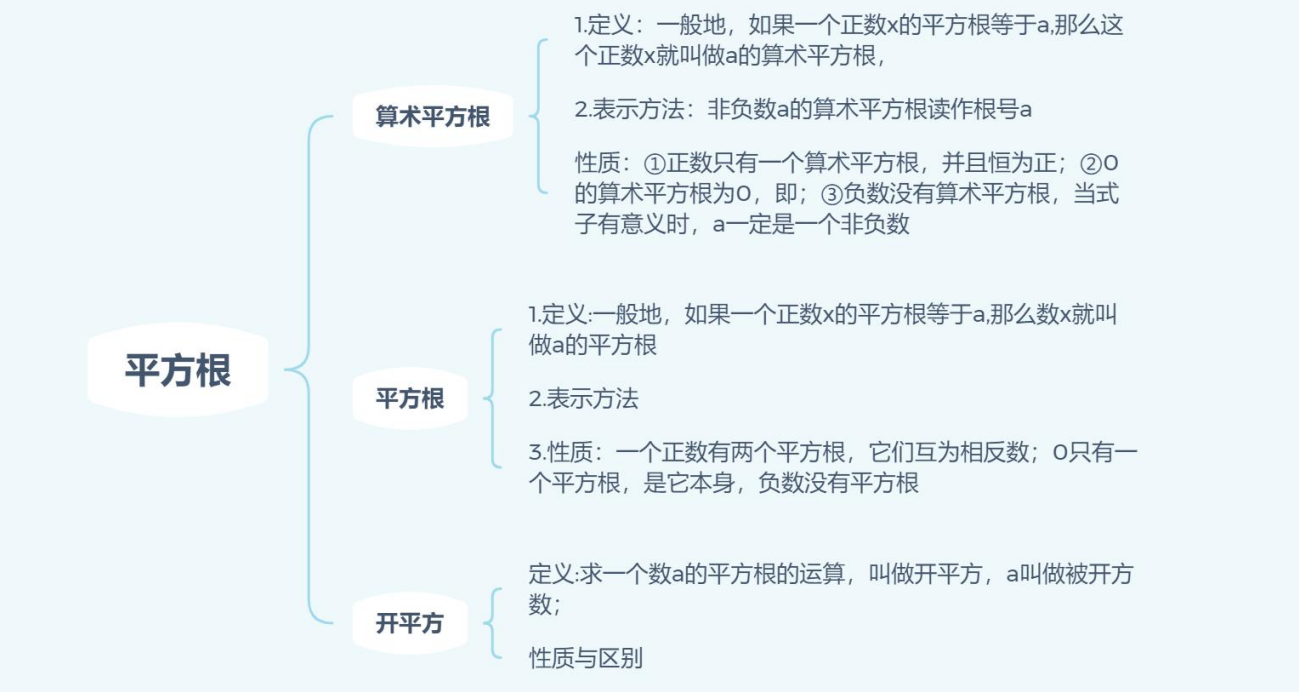
素养目标

1．了解平方根、算术平方根的概念，会用根号表示数的平方根；

2．了解开方与乘方互为逆运算，会用开方运算求某些非负数的平方根；

3．掌握平方根与算术平方根的有关运算。

模块一 思维导图串知识



模块二 基础知识全梳理

知识点 1 算术平方根

（1）**定义：**一般地，如果一个正数 x 的平方根等于 a,即：$x^2=a$,那么这个正数 x 就叫做 a 的算术平方根，记作 $\sqrt{a}$，读作“根号 a”，

（2）**表示方法：**非负数 a 的算术平方根记作 $\sqrt{a}$，读作根号 a,

（3）**性质：**①正数只有一个算术平方根，并且恒为正；②0 的算术平方根为 0，即 $\sqrt{0}=0$；③负数没有算术平方根，当式子 $\sqrt{a}$ 有意义时，a 一定是一个非负数。

知识点 2 平方根

（1）**定义:**一般地，如果一个正数 x 的平方根等于 a,即：$x^2=a$,那么数 x 就叫做 a 的平方根，记作 $\pm\sqrt{a}$，读作“正负根号 a”，

（2）**表示方法：**一个数 a（$a\geqq0$）的平方根记作 $\pm\sqrt{a}\,(a\geqq0)$，读作根号 a,“正负根号 a”，

（3）**性质：**一个正数有两个平方根，它们互为相反数；0 只有一个平方根，是它本身，负数没有平方根。

知识点 3 开平方

（1）**定义:**求一个数 a 的平方根的运算，叫做开平方，a 叫做被开方数；

（2）$\sqrt{a^2}$与（ $\sqrt{a}$ ）$^2(a\geq0)$的性质：

（1）$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a\ (a>0),\\0\ (a=0),\\-a\ (a<0).\end{cases}$

（2）$(\sqrt{a})^2=a(a\geq0)$

（3）$\sqrt{a^2}$与$(\sqrt{a})^2$的区别与联系

区别：取值范围不同：$\sqrt{a^2}$ 中 a 为任意实数；　$\left(\sqrt{a}\right)^2$ 中 $a\geq0$；

被开方数不同：$\sqrt{a^2}$ 中被开方数为 a^2；　$\left(\sqrt{a}\right)^2$ 中被开方数为 a；

运算顺序不同：$\sqrt{a^2}$ 先平方再开方；$\left(\sqrt{a}\right)^2$ 先开方再平方。

联系：$\sqrt{a^2}$ 结果为非负数；$\left(\sqrt{a}\right)^2$ 中 $a\geqq0$ 时，$\sqrt{a^2}=\left(\sqrt{a}\right)^2$

模块三 核心考点举一反三

考点一：算术平方根与平方根概念理解

例 1．（2024·山东菏泽·二模）下列说法正确的是（　）

A．64 是 8 的算术平方根　　B．9 是 $\sqrt{81}$ 的算术平方根

C．$\sqrt{9}$ 的算术平方根是 $\sqrt{3}$　　D．一个数的算术平方根等于它本身，这个数只能是 1

【变式 1-1】（23-24 七年级下·全国·假期作业）下列语句写成数字式子正确的是（　）

A．9 是 81 的算术平方根：$\pm\sqrt{81}=9$　　B．5 是 $(-5)^2$ 的算术平方根：$\sqrt{(-5)^2}=5$

C．±6 是 36 的平方根：$\sqrt{36}=\pm6$　　D．-2 是 4 的负的平方根：$\sqrt{-4}=-2$

【变式 1-2】（23-24 七年级下·黑龙江哈尔滨·阶段练习）下面语句中正确的是（　）

A．64 的平方根是 ±4　　B．$\frac{1}{8}$ 的平方根是 $-\frac{1}{2}$

C．-9 的平方根是 -3　　D．$\frac{1}{16}$ 的算术平方根是 $\frac{1}{4}$

【变式 1-3】（23-24 七年级下·重庆江北·阶段练习）下列说法正确的是（　）

A．-9 的算术平方根是 3　　B．9 的平方根是 3

C．0 的平方根与算术平方根都是 0　　D．平方根等于本身的数是 0 和 1

考点二：求一个数的算术平方根

例 2.（23-24 七年级下·吉林·期中）4 的算术平方根是_____.

【变式 2-1】（23-24 七年级下·吉林松原·期中）$\frac{49}{100}$ 的算术平方根是_____.

【变式 2-2】（23-24 七年级下·广东汕尾·阶段练习）16 的平方根是_____，$\sqrt{81}=$_____.

【变式 2-3】（2024 七年级下·全国·专题练习）（1）$\sqrt{2^2}=$_____，$\sqrt{(-3)^2}=$_____，$\sqrt{5^2}=$_____，$\sqrt{(-6)^2}=$_____，$\sqrt{0^2}=$_____，对于任意实数 0，猜想 $\sqrt{a^2}=$_____.

（2）$\left(\sqrt{4}\right)^2=$_____，$\left(\sqrt{9}\right)^2=$_____，$\left(\sqrt{25}\right)^2=$_____，$\left(\sqrt{36}\right)^2=$_____，对于任意非负数 a，猜想 $\left(\sqrt{a}\right)^2=$_____.

考点三：利用算术平方根的非负性解题

例 3.（23-24 七年级下·辽宁葫芦岛·期中）已知 $\sqrt{a+2}+|b-1|=0$，那么 $(a+b)^{2024}$ 的值为（　）

A．-1　　B．1　　C．3^{2024}　　D．-2024

【变式 3-1】（23-24 八年级下·重庆永川·期中）已知 x，y 满足 $\sqrt{x-2}+|y+3|=0$，则 $x+y=$(　　)

A．-1　　B．1　　C．5　　D．-5

【变式 3-2】（23-24 七年级下·云南昆明·期中）若 $|x-1|+\sqrt{y+1}=0$，则 $x^{2023}+y^{2024}$ 的值为（　）

A．0　　B．1　　C．-1　　D．2

【变式 3-3】（23-24 八年级下·广西防城港·期中）已知 $(x-1)^2+\sqrt{y-4}=0$，则 $\sqrt{xy}$ 的值等于（　）

A．2　　B．–2　　C．4　　D．–4

考点四：求算术平方根的整数部分和小数部分

例 4. 若$\sqrt{10}$的整数部分为a，小数部分为b，则$a=$_____，$b=$_____.

【变式 4-1】（20-21 七年级上·山东泰安·阶段练习）$\sqrt{11}$的整数部分是_____．小数部分是_____.

【变式 4-2】（23-24 八年级下·河北廊坊·阶段练习）已知$\sqrt{19}-2$的整数部分是m，小数部分是n，则$m=$_____，$n=$_____.

【变式 4-3】已知 a，b 分别是$\sqrt{13}$的整数部分和小数部分，则 $2a-b$ 的值为_____.

考点五：与算术平方根有关的规律探索题

例 5. （23-24 七年级下·江苏南京·阶段练习）按要求填空：

（1）填表并观察规律：

a	0.0004	0.04	4	400
$\sqrt{a}$				

（2）根据你发现的规律填空：

已知：$\sqrt{7.2}=2.638$，则$\sqrt{720}=$_____；

已知：$\sqrt{0.0038}=0.06164$，$\sqrt{x}=61.64$，则$x=$_____.

【变式 5-1】（23-24 七年级下·安徽芜湖·期中）（1）填表并观察规律：

a	0.0064	0.64	64	6400
$\sqrt{a}$	_____	_____	_____	_____

（2）根据你发现的规律填空：

①已知$\sqrt{33.64}=5.8$，则$\sqrt{33640000}=$_____；

②已知$\sqrt{12.25}=3.5,\sqrt{x}=0.035$，则$x=$_____.

（3）从以上问题的解决过程中，你发现了什么规律，试简要说明.

【变式 5-2】（23-24 七年级下·贵州黔东南·阶段练习）先填写表，通过观察后再回答问题：

a	…	0.0001	0.01	1	100	10000	…
$\sqrt{a}$	…	0.01	x	1	y	100	…

(1)表格中 $x=$_____，$y=$_____；

(2)从表格中探究 a 与 $\sqrt{a}$ 数位的规律，并利用这个规律解决下面两个问题：

①已知 $\sqrt{10}\approx 3.16$，则 $\sqrt{1000}\approx$_____；

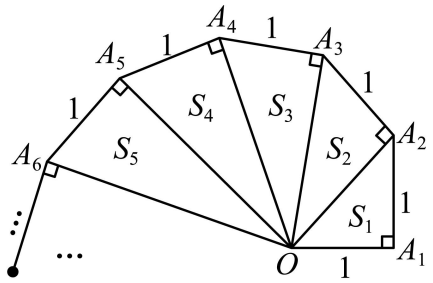
②已知 $\sqrt{m}=8.973$，若 $\sqrt{b}=897.3$，用含 m 的式子表示 b，则 $b=$_____；

(3)试比较 $\sqrt{a}$ 与 a 的大小.

【变式 5-3】（23-24 八年级下·广东江门·期中）如图，细心观察图形，认真分析下列各式，然后解答问题.

$OA_2^2=\left(\sqrt{1}\right)^2+1=2$，$S_1=\dfrac{\sqrt{1}}{2}$；$OA_3^2=\left(\sqrt{2}\right)^2+1=3$，$S_2=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；

$OA_4^2=\left(\sqrt{3}\right)^2+1=4$，$S_3=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.



(1)推算出 $OA_{10}^2=$_____；$S_{10}=$_____.

(2)请用含 n（n 是正整数）的式子填空：

$OA_n=$_____ $S_n=$_____

(3)求出 $S_1^2+S_2^2+S_3^2+\cdots+S_{100}^2$ 的值.

考点六：求一个数的平方根

例 6.（23-24 八年级上·江苏徐州·阶段练习）0.0081 的平方根是_____.

【变式 6-1】（23-24 八年级上·贵州贵阳·期中）$\frac{16}{81}$的平方根是_____.

【变式 6-2】（23-24 七年级上·浙江杭州·期中）$\frac{1}{16}$的算术平方根是_____；$\sqrt{81}$的平方根是_____.

【变式 6-3】（23-24 八年级上·山东枣庄·阶段练习）144 平方根是_____，$(-7)^2$的算术平方根是_____，$\sqrt{81}$的平方根是_____，$|3-\pi|=$_____.

考点七：已知一个数的平方根，求这个数

例 7.（23-24 七年级下·山东德州·期中）如果一个数的平方根是$(-a+3)$和$(2a-15)$，则这个数为_____.

【变式 7-1】（23-24 七年级下·内蒙古通辽·期中）一个正数的两个平方根分别是$2a+4$和$a-1$，则这个正数是_____.

【变式 7-2】（23-24 七年级下·山东临沂·期中）已知一个正数的两个不同的平方根是$2-3x$和$4x+1$，则这个正数是_____.

【变式 7-3】（23-24 七年级下·河南漯河·期中）一个正数的两个平方根是$m-2$和$m+10$，则这个正数是_____.

考点八：求代数式的平方根

例 8.（23-24 七年级下·河南新乡·期中）已知$\sqrt{1-3b}$与$\sqrt{2a+1}$互为相反数，求$-3b+2a+6$的平方根.

【变式 8-1】（23-24 七年级下·福建莆田·阶段练习）一个正数 b 的平方根是$2a-1$与$-a+2$，

(1)求 a 和 b 的值.

(2)求$5a+b$平方根.

【变式 8-2】（23-24 七年级下·河南商丘·期中）已知$2a+1$的算术平方根是 5，$10+3b$的平方根是±4，c 是$\sqrt{19}$的整数部分，求$a-5b+c$的平方根.

【变式 8-3】（22-23 七年级下·陕西安康·期中）一个正数x的两个不同的平方根分别是$2a-3$和$5-a$.

(1)求a和x的值.

(2)求$x+12a$的平方根.

考点九：利用平方根解方程

例 9. （23-24 七年级下·全国·假期作业）求下列各式中 x 的值.

(1) $169x^2=100$；　(2) $(x+1)^2=81$；　(3) $9x^2=25$；　(4) $4(x-2)^2=9$.

【变式 9-1】（23-24 七年级下·河南安阳·期中）求下列各式中 x 的值.

(1) $2x^2=18$；

(2) $x^2+2=\frac{17}{8}$.

【变式 9-2】（23-24 七年级下·福建厦门·期中）已知一个正数的两个平方根是 $a-6$ 与 $3a-10$.

(1)求 a 的值；

(2)求关于 x 的方程 $ax^2-225=0$ 的解.

【变式 9-3】（23-24 七年级下·北京·期中）已知正实数 a 的两个平方根分别是 x 和 $x+y$.

(1)若 $x=2$，求 y 的值；

(2)若 $ax^2-2a(x+y)^2=-4$，求 a 的值.

模块四 小试牛刀过关测

一、单选题

1．（23-24 七年级下·内蒙古巴彦淖尔·期中）9 的算术平方根是（　）

A．3　　B．81　　C．± 3　　D．± 81

2．（23-24 七年级下·山东日照·期中）下列说法正确的是（　）

A．$\sqrt{16}=\pm 4$　　B．-4 是 16 的平方根

C．$\sqrt{16}$ 的算术平方根是 4　　D．16 的平方根是 4

3．（23-24 七年级下·河南周口·期中）若一个正数的两个平方根分别是 $2m+6$ 和 $m-18$，则 m 的值是（　）

A．3　　B．-4　　C．2　　D．4

4．（23-24 七年级下·山东德州·期中）下列各式中，正确的是（　）

A．$\sqrt{(-3)^2}=-3$　　B．$\sqrt{3^3}=\pm 3$　　C．$\sqrt{(-3)^2}=\pm 3$　　D．$-\sqrt{3^2}=-3$

5．（23-24 七年级下·广东汕头·期中）若 $4a+1$ 的算术平方根是 5，则 $a-2$ 的算术平方根是（　）

A．$\sqrt{6}$　　B．± 2　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

二、填空题

6．（23-24 七年级下·山东临沂·阶段练习）81 的算术平方根是_____；$\sqrt{16}$ 的平方根是_____．

7．（23-24 七年级下·湖北恩施·期中）若 $x+2$ 的算术平方根是 3，则 $2x+5$ 的平方根是_____．

8．（2024·四川内江·二模）若 $|2a-3b+5|$ 与 $\sqrt{3a-2b-1}$ 互为相反数，则 $a+b=$_____．

9．（23-24 七年级下·福建厦门·期中）若 $\sqrt{1.48}\approx 1.2165$，$\sqrt{14.8}\approx 3.8471$，则 $\sqrt{148000}\approx$_____．（精确到十分位）

10．（23-24 七年级下·山东菏泽·期中）已知 a 是满足 $\sqrt{24+a}$ 是整数的最小正整数，b 为满足 $\sqrt{12b}$ 是整数的最小正整数，则 $\sqrt{a+5b}$ 的算术平方根为_____．

三、解答题

11．（23-24 七年级下·海南省直辖县级单位·阶段练习）求下列各式的值

(1) $\sqrt{36}$　　(2) $-\sqrt{49}$　　(3) $\pm\sqrt{100}$　　(4) $\pm\sqrt{\dfrac{9}{25}}$

12．（23-24 七年级下·天津北辰·期中）求 x 的值．

(1) $5x^2-1=9$；　　(2) $4(x-1)^2=9$．

13．（23-24 七年级下·山东德州·阶段练习）已知正数 a 的两个不同的平方根分别是 $3x-2$ 和 $5x+10$，$a+b-4$ 的算术平方根是 3.

(1)求 a、b 的值；

(2)求 $a-2b$ 的平方根.

14.（23-24 七年级下·甘肃陇南·阶段练习）（1）如果一个正数的平方根为 $2x-3$ 和 $5-x$，求这个正数.

（2）已知 $2a-1$ 的平方根是 ±3，$3a+b-1$ 的平方根是 ±4，求 $\boldsymbol{a+2b}$ 的平方根.

15.（23-24 七年级上·浙江杭州·期中）已知 $a-4$ 的立方根是 1，b 的算术平方根是 2，$\sqrt{11}$ 的整数部分是 c.

(1)求 a，b，c 的值；

(2)求 $2a-3b+c$ 的平方根.

16.（23-24 八年级上·福建泉州·阶段练习）求一个正数的算术平方根，有些数可以直接求得，如 $\sqrt{4}$，有些数则不能直接求得，如 $\sqrt{5}$，但可以通过计算器求得，还有一种方法可以通过一组数的内在联系，运用规律求得，请同学们观察表：

n	0.0025	0.25	25	2500	250000	……
$\sqrt{n}$	0.05	0.5	5	50	500	……

(1)表中所给的信息中，能发现规律：被开方数的小数点每向左或向右移动 2 位则它的算术平方根的小数点就向左或向右移动 _____位；

(2)运用你发现的规律，探究下列问题：已知：$\sqrt{5.12}\approx2.263$，$\sqrt{51.2}\approx7.155$

①$\sqrt{512000}\approx$_____；$\sqrt{0.0512}\approx$_____

②若 $x^2\approx0.00512$，则 $x\approx$_____.

第 05 讲 平方根

模块导航

模块一　思维导图串知识

模块二　基础知识全梳理（吃透教材）

模块三　核心考点举一反三

模块四　小试牛刀过关测

素养目标

1．了解平方根、算术平方根的概念，会用根号表示数的平方根；

2．了解开方与乘方互为逆运算，会用开方运算求某些非负数的平方根；

3．掌握平方根与算术平方根的有关运算。

模块一 思维导图串知识



模块二 基础知识全梳理

知识点 1 算术平方根

（1）**定义：**一般地，如果一个正数 x 的平方根等于 a,即：$x^2=a$,那么这个正数 x 就叫做 a 的算术平方根，记作 $\sqrt{a}$，读作“根号 a”，

（2）**表示方法：**非负数 a 的算术平方根记作 $\sqrt{a}$，读作根号 a,

（3）**性质：**①正数只有一个算术平方根，并且恒为正；②0 的算术平方根为 0，即 $\sqrt{0}=0$；③负数没有算术平方根，当式子 $\sqrt{a}$ 有意义时，a 一定是一个非负数。

知识点 2 平方根

（1）**定义:**一般地，如果一个正数 x 的平方根等于 a,即：$x^2=a$,那么数 x 就叫做 a 的平方根，记作 $\pm\sqrt{a}$，读作“正负根号 a”，

（2）**表示方法：**一个数 a（$a\geqq0$）的平方根记作 $\pm\sqrt{a}\,(a\geqq0)$，读作根号 a,“正负根号 a”，

（3）**性质：**一个正数有两个平方根，它们互为相反数；0 只有一个平方根，是它本身，负数没有平方根。

知识点 3 开平方

（1）**定义:**求一个数 a 的平方根的运算，叫做开平方，a 叫做被开方数；

（2）$\sqrt{a^2}$与（ $\sqrt{a}$ ）$^2(a\geq0)$的性质：

（4）$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a\ (a>0),\\0\ (a=0),\\-a\ (a<0).\end{cases}$

（5）$(\sqrt{a})^2=a(a\geq0)$

（6）$\sqrt{a^2}$与$(\sqrt{a})^2$的区别与联系

区别：取值范围不同：$\sqrt{a^2}$ 中 a 为任意实数；$\left(\sqrt{a}\right)^2$ 中 $a\geq0$；

被开方数不同：$\sqrt{a^2}$ 中被开方数为 a^2；$\left(\sqrt{a}\right)^2$ 中被开方数为 a；

运算顺序不同：$\sqrt{a^2}$ 先平方再开方；$\left(\sqrt{a}\right)^2$ 先开方再平方。

联系：$\sqrt{a^2}$ 结果为非负数；$\left(\sqrt{a}\right)^2$ 中 $a\geqq0$ 时，$\sqrt{a^2}=\left(\sqrt{a}\right)^2$

模块三 核心考点举一反三

考点一：算术平方根与平方根概念理解

例 1．（2024·山东菏泽·二模）下列说法正确的是（　）

A．64 是 8 的算术平方根　　B．9 是 $\sqrt{81}$ 的算术平方根

C．$\sqrt{9}$ 的算术平方根是 $\sqrt{3}$　　D．一个数的算术平方根等于它本身，这个数只能是 1

【答案】C

【分析】本题考查算术平方根的概念，如果一个正数x的平方等于a，即$x^2=a$，那么这个正数x叫做a的算术平方根，由此即可判断，关键是掌握算术平方根的定义.

【详解】解：A、8是64的算术平方根，故A不符合题意；

B、9是81的算术平方根，故B不符合题意；

C、$\sqrt{9}$的算术平方根是$\sqrt{3}$，正确，故C符合题意；

D、一个数的算术平方根等于它本身，这个数是0或1，故D不符合题意.

故选：C.

【变式1-1】（23-24七年级下·全国·假期作业）下列语句写成数字式子正确的是（　）

A．9是81的算术平方根：$\pm\sqrt{81}=9$　　B．5是$(-5)^2$的算术平方根：$\sqrt{(-5)^2}=5$

C．±6是36的平方根：$\sqrt{36}=\pm6$　　D．-2是4的负的平方根：$\sqrt{-4}=-2$

【答案】B

【分析】本题考查了算术平方根和平方根，根据一个数的平方根有两个，他们互为相反数，正的平方根是算术平方根，进行逐项分析，即可作答.

【详解】解：A、9是81的算术平方根：$\sqrt{81}=9$，故该选项是错误的；

B、5是$(-5)^2$的算术平方根：$\sqrt{(-5)^2}=5$，故该选项是正确的；

C、±6是36的平方根：$\pm\sqrt{36}=\pm6$，故该选项是错误的；

D、-2是4的负的平方根：$-\sqrt{4}=-2$，故该选项是错误的；

故选：B

【变式1-2】（23-24七年级下·黑龙江哈尔滨·阶段练习）下面语句中正确的是（　）

A．64的平方根是±4　　B．$\frac{1}{8}$的平方根是$-\frac{1}{2}$

C．-9的平方根是-3　　D．$\frac{1}{16}$的算术平方根是$\frac{1}{4}$

【答案】D

【分析】本题考查了算术平方根，平方根的定义，根据算术平方根，平方根的定义逐项判断即可，熟练掌握运算法则是解题的关键.

【详解】A、64的平方根是±8，原选项说法错误，不符合题意；

B、$\frac{1}{8}$的平方根是$\pm\frac{\sqrt{2}}{4}$，原选项说法错误，不符合题意；

C、负数没有平方根，原选项说法错误，不符合题意；

D、$\frac{1}{16}$的算术平方根是$\frac{1}{4}$，原选项说法正确，符合题意；

故选：D.

【变式 1-3】（23-24 七年级下·重庆江北·阶段练习）下列说法正确的是（　）

A．–9 的算术平方根是 3　　B．9 的平方根是 3

C．0 的平方根与算术平方根都是 0　　D．平方根等于本身的数是 0 和 1

【答案】C

【分析】本题考查了平方根，算术平方根．根据平方根，算术平方根的性质，逐项分析判断即可求解．

【详解】解：A、–9 没有算术平方根，故该选项不符合题意；

B、9 的平方根 ±3，故该选项不符合题意；

C、0 的平方根与算术平方根都是 0，故该选项符合题意；

D、1 的平方根 ±1，不等于本身，故该选项不符合题意；

故选：C．

考点二：求一个数的算术平方根

例 2.（23-24 七年级下·吉林·期中）4 的算术平方根是_____.

【答案】2

【分析】本题考查了算术平方根的定义，熟练掌握算术平方根的概念是解题的关键；

根据算术平方根的概念即可求出结果．

【详解】解：$\because 2^2=4$，

$\therefore 4$ 的算术平方根是 2，

故答案为：2．

【变式 2-1】（23-24 七年级下·吉林松原·期中）$\frac{49}{100}$ 的算术平方根是_____.

【答案】$\frac{7}{10}$

【分析】本题主要考查了求一个数的算术平方根，两个非负实数 a、b 若满足 $a^2=b$，那么 a 就叫做 b 的算术平方根，据此求解即可．

【详解】解：$\frac{49}{100}$ 的算术平方根是 $\sqrt{\frac{49}{100}}=\frac{7}{10}$，

故答案为：$\frac{7}{10}$.

【变式 2-2】（23-24 七年级下·广东汕尾·阶段练习）16 的平方根是_____，$\sqrt{81}=$_____.

【答案】　　±4　　9

【分析】本题考查平方根和算术平方根，熟练掌握平方根的定义是解题的关键．

如果一个数的平方等于 a，这个数就叫做 a 的平方根；一个正数的平方根的两个，其中正的那个叫算术平方根．根据定义求解即可．

【详解】解：∵$(\pm4)^2=16$，

∴16 的平方根是 ±4；

∵$9^2=81$

∴$\sqrt{81}=9$；

故答案为：±4；9.

【变式 2-3】（2024 七年级下·全国·专题练习）（1）$\sqrt{2^2}=$_____，$\sqrt{(-3)^2}=$_____，$\sqrt{5^2}=$_____，$\sqrt{(-6)^2}=$_____，$\sqrt{0^2}=$_____，对于任意实数 0，猜想$\sqrt{a^2}=$_____.

（2）$\left(\sqrt{4}\right)^2=$_____，$\left(\sqrt{9}\right)^2=$_____，$\left(\sqrt{25}\right)^2=$_____，$\left(\sqrt{36}\right)^2=$_____，对于任意非负数 a，猜想$\left(\sqrt{a}\right)^2=$_____.

【答案】 2 3 5 6 0 $|a|$ 4 9 25 36 a

【分析】本题考查了算术平方根．求一个非负数的算术平方根与求一个数的平方互为逆运算，在求一个非负数的算术平方根时，可以借助乘方运算来寻找．

（1）由$\left(\sqrt{a}\right)^2=|a|$进行解答；

（2）由$\left(\sqrt{a}\right)^2=\sqrt{a}\times\sqrt{a}$进行计算．

【详解】解：（1）$\sqrt{2^2}=|2|=2$，$\sqrt{(-3)^2}=|-3|=3$，$\sqrt{5^2}=|5|=5$，$\sqrt{(-6)^2}=|-6|=6$，$\sqrt{0^2}=0$，对于任意实数 a，猜想$\sqrt{a^2}=|a|$.

（2）$\left(\sqrt{4}\right)^2=2^2=4$，同理$\left(\sqrt{9}\right)^2=9$，$\left(\sqrt{25}\right)^2=25$，$\left(\sqrt{36}\right)^2=36$，对于任意非负数 a，猜想$\left(\sqrt{a}\right)^2=a$.

故答案为：2，3，5，6，0，$|a|$；4，9，25，36．a.

考点三：利用算术平方根的非负性解题

例 3.（23-24 七年级下·辽宁葫芦岛·期中）已知$\sqrt{a+2}+|b-1|=0$，那么$(a+b)^{2024}$的值为（　）

A．-1　　B．1　　C．3^{2024}　　D．-2024

【答案】B

【分析】本题考查了算术平方根和绝对值的非负性，乘方运算，先根据$\sqrt{a+2}+|b-1|=0$，$\sqrt{a+2}\geq0,|b-1|\geq0$求出$a=-2,b=1$，再代入求解即可．

【详解】∵$\sqrt{a+2}+|b-1|=0$，$\sqrt{a+2}\geq0,|b-1|\geq0$，

∴$a+2=0,b-1=0$，

∴$a=-2,b=1$，

$\therefore (a+b)^{2024}=(-2+1)^{2024}=1$，

故选：B.

【变式 3-1】（23-24 八年级下·重庆永川·期中）已知 x，y 满足 $\sqrt{x-2}+|y+3|=0$，则 $x+y=$(　　)

A．-1　　B．1　　C．5　　D．-5

【答案】A

【分析】本题考查算术平方根和绝对值的非负性，根据题意求出 x、y，从而代入求值即可.

【详解】解：$\because \sqrt{x-2}+|y+3|=0$，

$\therefore x-2=0$，$y+3=0$，

$\therefore x=2$，$y=-3$，

$\therefore x+y=-1$，

故选：A.

【变式 3-2】（23-24 七年级下·云南昆明·期中）若 $|x-1|+\sqrt{y+1}=0$，则 $x^{2023}+y^{2024}$ 的值为（　）

A．0　　B．1　　C．-1　　D．2

【答案】D

【分析】本题考查绝对值和算术平方根的非负性，根据非负性求出 x,y 的值，代入代数式求值即可.

【详解】解：$\because |x-1|+\sqrt{y+1}=0$，

$\therefore x-1=0,y+1=0$，

$\therefore x=1,y=-1$，

$\therefore x^{2023}+y^{2024}=1^{2023}+(-1)^{2024}=1+1=2$；

故选 D.

【变式 3-3】（23-24 八年级下·广西防城港·期中）已知 $(x-1)^2+\sqrt{y-4}=0$，则 $\sqrt{xy}$ 的值等于（　）

A．2　　B．-2　　C．4　　D．-4

【答案】A

【分析】本题主要考查了非负数的性质，求一个数的算术平方根，先根据几个非负数的和为 0，那么这几个非负数的值都为 0 得到 $x-1=0$，$y-4=0$，则 $x=1$，$y=4$，再根据算术平方根的定义求解即可.

【详解】解：$\because (x-1)^2+\sqrt{y-4}=0$，

$\therefore x-1=0$，$y-4=0$，

$\therefore x=1$，$y=4$，

$\therefore \sqrt{xy}=\sqrt{1\times 4}=\sqrt{4}=2$，

故选：A.

考点四：求算术平方根的整数部分和小数部分

例 4. 若 $\sqrt{10}$ 的整数部分为 a，小数部分为 b，则 $a=$_____，$b=$_____.

【答案】 3 $\sqrt{10}-3$

【分析】根据 $3<\sqrt{10}<4$ 首先确定 a 的值，则小数部分即可确定.

【详解】解：$\because 3<\sqrt{10}<4$，

$\therefore a=3$，

则 $b=\sqrt{10}-3$.

故答案是：3，$\sqrt{10}-3$.

【点睛】本题主要考查了无理数的估算，解题的关键是确定无理数的整数部分即可解决问题.

【变式 4-1】（20-21 七年级上·山东泰安·阶段练习）$\sqrt{11}$ 的整数部分是_____. 小数部分是_____.

【答案】 3 $\sqrt{11}-3$

【分析】根据算术平方根的整数部分和小数部分求解的方法直接进行求解即可.

【详解】解：$\because 9<11<16$，

$\therefore 3<\sqrt{11}<4$，

$\therefore \sqrt{11}$ 的整数部分为 3，

$\therefore \sqrt{11}$ 的小数部分为 $\sqrt{11}-3$；

故答案为 3，$\sqrt{11}-3$.

【点睛】本题主要考查算术平方根，熟练掌握求一个算术平方根的整数部分和小数部分是解题的关键.

【变式 4-2】（23-24 八年级下·河北廊坊·阶段练习）已知 $\sqrt{19}-2$ 的整数部分是 m，小数部分是 n，则 $m=$_____，$n=$_____.

【答案】 2 $\sqrt{19}-4$

【分析】根据 $\sqrt{19}$ 的取值范围，根据整数部分和小数部分的定义，即可求解，

本题考查了，求算术平方根的整数部分和小数部分，解题的关键是：熟练掌握相关定义.

【详解】解：$\because \sqrt{19}-2$ 的整数部分是 m，小数部分是 n，$4<\sqrt{19}<5$，

$\therefore m=2$，$n=\sqrt{19}-2-2=\sqrt{19}-4$，

故答案为：2，$\sqrt{19}-4$.

【变式 4-3】已知 a，b 分别是 $\sqrt{13}$ 的整数部分和小数部分，则 $2a-b$ 的值为_____.

【答案】$9-\sqrt{13}$.

【分析】先求出 $\sqrt{13}$ 介于哪两个整数之间，即可求出它的整数部分，再用 $\sqrt{13}$ 减去它的整数部分求出它的小数部分，再代入即可.

【详解】$\because 9<13<16$，

$\therefore 3<\sqrt{13}<4$，

∴a=3，b=$\sqrt{13}$ ﹣3，

∴2a ﹣ b=2×3 ﹣（$\sqrt{13}$ ﹣3）=6 ﹣ $\sqrt{13}$ +3=9－$\sqrt{13}$.

故答案为9－$\sqrt{13}$.

【点睛】此题考查的是带根号的实数的整数部分和小数部分的求法，利用平方找到它的取值范围是解决此题的关键.

考点五：与算术平方根有关的规律探索题

例 5.（23-24 七年级下·江苏南京·阶段练习）按要求填空：

（1）填表并观察规律：

a	0.0004	0.04	4	400
$\sqrt{a}$				

（2）根据你发现的规律填空：

已知：$\sqrt{7.2}=2.638$，则$\sqrt{720}=$_____；

已知：$\sqrt{0.0038}=0.06164$，$\sqrt{x}=61.64$，则$x=$_____.

【答案】（1）见解析；（2）26.38；3800

【分析】本题考查了数字类规律探究，算术平方根，根据解题过程找出一般规律是解题关键.

（1）先求出每个数的算术平方根，再填表即可；

（2）根据计算找出规律即可得到答案.

【详解】解：（1）$\sqrt{0.0004}=0.02$，$\sqrt{0.04}=0.2$，$\sqrt{4}=2$，$\sqrt{400}=20$，

填表如下：

a	0.0004	0.04	4	400
$\sqrt{a}$	0.02	0.2	2	20

（2）由以上解答过程发现：求一个数的算术平方根时，被开方数扩大或缩小 100 倍，则它的算术平方根扩大或缩小 10 倍，

∵$\sqrt{7.2}=2.638$

∴$\sqrt{720}=26.38$；

∵$\sqrt{0.0038}=0.06164$，

∴$\sqrt{3800}=61.64$，

∵$\sqrt{x}=61.64$，

∴$x=3800$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/997130136022006133