

新疆维吾尔自治区生产建设兵团第二中学 2023-2024 学年数学高三第一学期期末经典

试题

考生须知：

1. 全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。
2. 请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。
3. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $A > 0$, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 图象的一个对称中心为 $(\frac{\pi}{3}, 0)$, 其相邻一条对称轴方程为 $x = \frac{7\pi}{12}$, 该对称轴处所对应的函数值为 -1 , 为了得到 $g(x) = \cos 2x$ 的图象, 则只要将 $f(x)$ 的图象()
A. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
B. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
D. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
2. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则“ $a_1 < 0$ ”是“ $S_{2021} < 0$ ”的()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件
3. 已知直线 $y = k(x - 1)$ 与抛物线 $C: y^2 = 4x$ 交于 A, B 两点, 直线 $y = 2k(x - 2)$ 与抛物线 $D: y^2 = 8x$ 交于 M, N 两点, 设 $\lambda = |AB| - 2|MN|$, 则()
A. $\lambda < -16$
B. $\lambda = -16$
C. $-12 < \lambda < 0$
D. $\lambda = -12$
4. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 若 $a_2 = 2a_3 + 1$, $a_4 = 2a_3 + 7$, 则 $a_5 =$ ()
A. 1
B. 2
C. 3
D. 6
5. 已知点 P 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0, c = \sqrt{a^2 + b^2})$ 上一点, 若点 P 到双曲线 C 的两条渐近线的距离之积为 $\frac{1}{4}c^2$, 则双曲线 C 的离心率为()
A. $\sqrt{2}$
B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
C. $\sqrt{3}$
D. 2
6. 将函数 $f(x) = \sin(2x - \varphi)$ 的图象向右平移 $\frac{1}{8}$ 个周期后, 所得图象关于 y 轴对称, 则 φ 的最小正值是()
A. $\frac{\pi}{8}$
B. $\frac{3\pi}{4}$
C. $\frac{\pi}{2}$
D. $\frac{\pi}{4}$
7. 已知点 P 在椭圆 $\tau: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上, 点 P 在第一象限, 点 P 关于原点 O 的对称点为 A , 点 P 关于 x

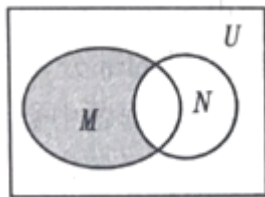
轴的对称点为 Q ，设 $\overline{PD} = \frac{3}{4} \overline{PQ}$ ，直线 AD 与椭圆 τ 的另一个交点为 B ，若 $PA \perp PB$ ，则椭圆 τ 的离心率 $e =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

8. 已知集合 $A = \{y | y = |x| - 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x \geq 2\}$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $-3 \in A$ B. $3 \notin B$ C. $A \cap B = B$ D. $A \cup B = B$

9. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x | -3 < x < 1\}$, $N = \{x | |x| \leq 1\}$, 则阴影部分表示的集合是 ()



- A. $[-1, 1]$ B. $(-3, 1]$ C. $(-\infty, -3) \cup (-1, +\infty)$ D. $(-3, -1)$

10. 已知 $p: |x+1| > 2$, $q: x > a$, 且 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \leq 1$ B. $a \leq -3$ C. $a \geq -1$ D. $a \geq 1$

11. 四人并排坐在连号的四个座位上, 其中 A 与 B 不相邻的所有不同的坐法种数是 ()

- A. 12 B. 16 C. 20 D. 8

12. 设 x, y, z 是空间中不同的直线或平面, 对下列四种情形: ① x, y, z 均为直线; ② x, y 是直线, z 是平面; ③ z 是直线, x, y 是平面; ④ x, y, z 均为平面. 其中使“ $x \perp z$ 且 $y \perp z \Rightarrow x \parallel y$ ”为真命题的是 ()

- A. ③④ B. ①③ C. ②③ D. ①②

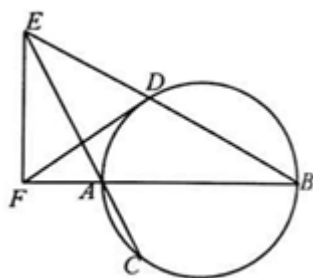
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若 $(x-2)^n$ 展开式的二项式系数之和为 64, 则展开式各项系数和为_____.

14. 已知 $x=0$ 是函数 $f(x) = x(ax - \tan x)$ 的极大值点, 则 a 的取值范围是_____.

15. 如图, AB 是圆 O 的直径, 弦 BD, CA 的延长线相交于点 E, EF 垂直 BA 的延长线于点 F . 求证:

$$AB^2 = BE \cdot BD - AE \cdot AC$$



16. 某中学数学竞赛培训班共有 10 人，分为甲、乙两个小组，在一次阶段测试中两个小组成绩的茎叶图如图所示，若甲组 5 名同学成绩的平均数为 81，乙组 5 名同学成绩的中位数为 73，则 $x-y$ 的值为_____.

甲			乙	
		6	7	
7	2	7	0	y
6	x	8	5	
0		9	1	

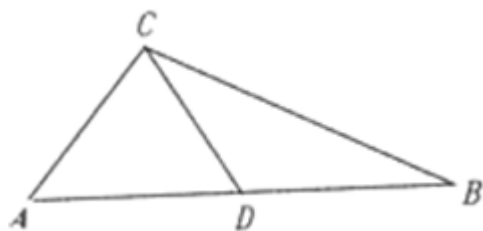
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和， $2S_n - a_n = \frac{1}{2^{n-1}} (n \in \mathbb{N}^*)$.

(1) 求 $a_n + a_{n+1}$;

(2) 令 $b_n = a_{n+2} - a_n$ ，证明数列 $\{b_n\}$ 是等比数列，并求其前 n 项和 T_n .

18. (12 分) 如图：在 $\triangle ABC$ 中， $a = \sqrt{10}$ ， $c = 4$ ， $\cos C = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.



(1) 求角 A ;

(2) 设 D 为 AB 的中点，求中线 CD 的长.

19. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$ ，直线 $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$ 过椭圆 C 的右焦点 F ，过 F 的

直线 m 交椭圆 C 于 M, N 两点(均异于左、右顶点).

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 已知直线 $l: x = 4$, A 为椭圆 C 的右顶点. 若直线 AM 交 l 于点 P ，直线 AN 交 l 于点 Q ，试判断 $(\overrightarrow{FP} + \overrightarrow{FQ}) \cdot \overrightarrow{MN}$ 是否为定值，若是，求出定值；若不是，说明理由.

20. (12 分) 班主任为了对本班学生的考试成绩进行分析，决定从本班 24 名女同学，18 名男同学中随机抽取一个容量为 7 的样本进行分析.

(1) 如果按照性别比例分层抽样，可以得到多少个不同的样本？(写出算式即可，不必计算出结果)

(2) 如果随机抽取的 7 名同学的数学，物理成绩(单位：分)对应如下表：

学生序号 <i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7
数学成绩 x_i	60	65	70	75	85	87	90
物理成绩 y_i	70	77	80	85	90	86	93

①若规定 85 分以上（包括 85 分）为优秀，从这 7 名同学中抽取 3 名同学，记 3 名同学中数学和物理成绩均为优秀的人数为 ξ ，求 ξ 的分布列和数学期望；

②根据上表数据，求物理成绩 y 关于数学成绩 x 的线性回归方程（系数精确到 0.01）；若班上某位同学的数学成绩为 96 分，预测该同学的物理成绩为多少分？

附：线性回归方程 $\hat{y}=bx+a$ ，

$$\text{其中 } b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad a = \bar{y} - b\bar{x}.$$

$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
76	83	812	526

21.（12 分）某企业现有 A 、 B 两套设备生产某种产品，现从 A 、 B 两套设备生产的大量产品中各抽取了 100 件产品作为样本，检测某一项质量指标值，若该项质量指标值落在 $[20,40)$ 内的产品视为合格品，否则为不合格品.图 1 是从 A 设备抽取的样本频率分布直方图，表 1 是从 B 设备抽取的样本频数分布表.

图 1： A 设备生产的样本频率分布直方图

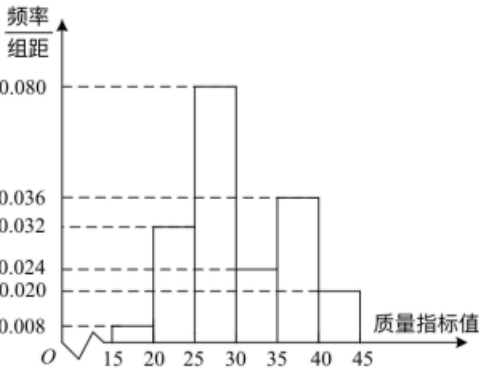


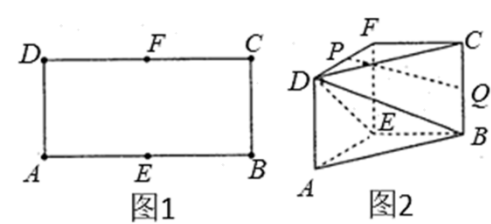
表 1： B 设备生产的样本频数分布表

质量指标值	$[15,20)$	$[20,25)$	$[25,30)$	$[30,35)$	$[35,40)$	$[40,45)$
频数	2	18	48	14	16	2

(1) 请估计 A, B 设备生产的产品质量指标的平均值；

(2) 企业将不合格品全部销毁后，并对合格品进行等级细分，质量指标值落在 $[25,30)$ 内的定为一等品，每件利润 240 元；质量指标值落在 $[20,25)$ 或 $[30,35)$ 内的定为二等品，每件利润 180 元；其它的合格品定为三等品，每件利润 120 元.根据图 1、表 1 的数据，用该组样本中一等品、二等品、三等品各自在合格品中的频率代替从所有产品中抽到一件相应等级产品的概率.企业由于投入资金的限制，需要根据 A, B 两套设备生产的同一种产品每件获得利润的期望值调整生产规模，请根据以上数据，从经济效益的角度考虑企业应该对哪一套设备加大生产规模？

22. (10 分) 已知矩形 $ABCD$ 中， $AB = 2BC = 4$ ， E, F 分别为 AB, CD 的中点.沿 EF 将矩形 $AEFD$ 折起，使 $\angle AEB = 135^\circ$ ，如图所示.设 P, Q 分别为线段 DF, BC 的中点，连接 PQ .



- (1) 求证： $PQ \parallel$ 平面 DEB ；
- (2) 求二面角 $A - BE - D$ 的余弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、 B

【解析】

由函数的图象的顶点坐标求出 A ，由周期求出 ω ，由五点法作图求出 φ 的值，可得 $f(x)$ 的解析式，再根据函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象变换规律，诱导公式，得出结论.

【详解】

根据已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$

(其中 $A > 0$, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象过点 $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$, $\left(\frac{7\pi}{12}, -1\right)$,

可得 $A = 1$, $\frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{3}$,

解得: $\omega = 2$.

再根据五点法作图可得 $2 \cdot \frac{\pi}{3} + \varphi = \pi$,

可得: $\varphi = \frac{\pi}{3}$,

可得函数解析式为: $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.

故把 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度,

可得 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \cos 2x$ 的图象,

故选 **B**.

【点睛】

本题主要考查由函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的部分图象求解析式, 由函数的图象的顶点坐标求出 A , 由周期求出 ω , 由五点法作图求出 φ 的值, 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象变换规律, 诱导公式的应用, 属于中档题.

2、C

【解析】

根据等比数列的前 n 项和公式, 判断出正确选项.

【详解】

由于数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 所以 $S_{2021} = a_1 \cdot \frac{1-q^{2021}}{1-q}$, 由于 $\frac{1-q^{2021}}{1-q} > 0$, 所以

$a_1 < 0 \Leftrightarrow S_{2021} < 0$, 故“ $a_1 < 0$ ”是“ $S_{2021} < 0$ ”的充分必要条件.

故选: C

【点睛】

本小题主要考查充分、必要条件的判断, 考查等比数列前 n 项和公式, 属于基础题.

3、D

【解析】

分别联立直线与抛物线的方程，利用韦达定理，可得 $|AB|=4+\frac{4}{k^2}$ ， $|AB|=4+\frac{4}{k^2}$ ，然后计算，可得结果.

【详解】

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,

$$\text{联立} \begin{cases} y = k(x-1) \\ y^2 = 4x \end{cases} \Rightarrow k^2 x^2 - (2k^2 + 4)x + k^2 = 0$$

$$\text{则 } x_1 + x_2 = \frac{2k^2 + 4}{k^2} = 2 + \frac{4}{k^2},$$

因为直线 $y = k(x-1)$ 经过 C 的焦点，

$$\text{所以 } |AB| = x_1 + x_2 + p = 4 + \frac{4}{k^2}.$$

$$\text{同理可得 } |MN| = 8 + \frac{2}{k^2},$$

$$\text{所以 } \lambda = 4 - 16 = -12$$

故选： D .

【点睛】

本题考查的是直线与抛物线的交点问题，运用抛物线的焦点弦求参数，属基础题。

4、 B

【解析】

利用等差数列的通项公式列出方程组，求出首项和公差，由此能求出 a_5 。

【详解】

$$\because \{a_n\} \text{ 为等差数列, } a_2 = 2a_3 + 1, a_4 = 2a_3 + 7,$$

$$\therefore \begin{cases} a_1 + d = 2(a_1 + 2d) + 1 \\ a_1 + 3d = 2(a_1 + 2d) + 7 \end{cases},$$

$$\text{解得 } a_1 = -10, d = 3,$$

$$\therefore a_5 = a_1 + 4d = -10 + 12 = 2.$$

故选： B .

【点睛】

本题考查等差数列通项公式求法，考查等差数列的性质等基础知识，考查运算求解能力，是基础题。

5、 A

【解析】

设点 P 的坐标为 (m, n) ，代入椭圆方程可得 $b^2 m^2 - a^2 n^2 = a^2 b^2$ ，然后分别求出点 P 到两条渐近线的距离，由距离之积为 $\frac{1}{4}c^2$ ，并结合 $b^2 m^2 - a^2 n^2 = a^2 b^2$ ，可得到 a, b, c 的齐次方程，进而可求出离心率的值.

【详解】

设点 P 的坐标为 (m, n) ，有 $\frac{m^2}{a^2} - \frac{n^2}{b^2} = 1$ ，得 $b^2 m^2 - a^2 n^2 = a^2 b^2$.

双曲线的两条渐近线方程为 $bx - ay = 0$ 和 $bx + ay = 0$ ，则点 P 到双曲线 C 的两条渐近线的距离之积为

$$\frac{|bm - an|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \times \frac{|bm + an|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|b^2 m^2 - a^2 n^2|}{a^2 + b^2} = \frac{a^2 b^2}{c^2},$$

所以 $\frac{a^2 b^2}{c^2} = \frac{1}{4}c^2$ ，则 $4a^2(c^2 - a^2) = c^4$ ，即 $(c^2 - 2a^2)^2 = 0$ ，故 $c^2 - 2a^2 = 0$ ，即 $e^2 = \frac{c^2}{a^2} = 2$ ，所以 $e = \sqrt{2}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查双曲线的离心率，构造 a, b, c 的齐次方程是解决本题的关键，属于中档题.

6、D

【解析】

由函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象平移变换公式求出变换后的函数解析式，再利用诱导公式得到关于 φ 的方程，对 k 赋值即可求解.

【详解】

由题意知，函数 $f(x) = \sin(2x - \varphi)$ 的最小正周期为 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ ，即 $\frac{T}{8} = \frac{\pi}{8}$ ，

由函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象平移变换公式可得，

将函数 $f(x) = \sin(2x - \varphi)$ 的图象向右平移 $\frac{1}{8}$ 个周期后的解析式为

$$g(x) = \sin\left[2\left(x - \frac{\pi}{8}\right) - \varphi\right] = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4} - \varphi\right),$$

因为函数 $g(x)$ 的图象关于 y 轴对称，

所以 $-\frac{\pi}{4} - \varphi = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ，即 $\varphi = -\frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ，

所以当 $k = 1$ 时， φ 有最小正值为 $\frac{\pi}{4}$.

故选：D

【点睛】

本题考查函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象平移变换公式和三角函数诱导公式及正余弦函数的性质；熟练掌握诱导公式和正余弦函数的性质是求解本题的关键；属于中档题、常考题型。

7、C

【解析】

设 $P(x_1, y_1)$ ，则 $A(-x_1, -y_1)$ ， $Q(x_1, -y_1)$ ， $D\left(x_1, -\frac{y_1}{2}\right)$ ，设 $B(x_2, y_2)$ ，根据 $PA \perp PB$ 化简得到 $3a^2 = 4c^2$ ，得到

答案.

【详解】

设 $P(x_1, y_1)$ ，则 $A(-x_1, -y_1)$ ， $Q(x_1, -y_1)$ ， $\overline{PD} = \frac{3}{4}\overline{PQ}$ ，则 $D\left(x_1, -\frac{y_1}{2}\right)$ ，设 $B(x_2, y_2)$ ，

$$\text{则} \begin{cases} \frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = 1 \\ \frac{x_2^2}{a^2} + \frac{y_2^2}{b^2} = 1 \end{cases}, \text{两式相减得到: } \frac{(x_1 + x_2)(x_1 - x_2)}{a^2} = -\frac{(y_1 + y_2)(y_1 - y_2)}{b^2},$$

$$k_{PB} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}, \quad k_{AD} = k_{AB}, \quad \text{即} \frac{y_1}{4x_1} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2}, \quad k_{PA} = \frac{y_1}{x_1} = \frac{4(y_1 + y_2)}{x_1 + x_2},$$

$$PA \perp PB, \text{ 故 } k_{PA} \cdot k_{PB} = -1, \text{ 即 } -4 \frac{b^2}{a^2} = -1, \text{ 故 } 3a^2 = 4c^2, \text{ 故 } e = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

故选：C.

【点睛】

本题考查了椭圆的离心率，意在考查学生的计算能力和转化能力。

8、C

【解析】

试题分析：集合 $A = \{y | y \geq -1\}$ $\therefore B \subseteq A \therefore A \cap B = B$

考点：集合间的关系

9、D

【解析】

先求出集合 N 的补集 $\complement_U N$ ，再求出集合 M 与 $\complement_U N$ 的交集，即为所求阴影部分表示的集合。

【详解】

由 $U = \mathbf{R}$, $N = \{x \mid |x| \leq 1\}$, 可得 $\complement_U N = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$,

又 $M = \{x \mid -3 < x < 1\}$

所以 $M \cap \complement_U N = \{x \mid -3 < x < -1\}$.

故选: D.

【点睛】

本题考查了韦恩图表示集合, 集合的交集和补集的运算, 属于基础题.

10、D

【解析】

“ $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件”等价于“ q 是 p 的充分不必要条件”, 即 q 中变量取值的集合是 p 中变量取值集合的真子集.

【详解】

由题意知: $p: |x+1| > 2$ 可化简为 $\{x \mid x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$, $q: x > a$,

所以 q 中变量取值的集合是 p 中变量取值集合的真子集, 所以 $a \geq 1$.

【点睛】

利用原命题与其逆否命题的等价性, 对 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件进行命题转换, 使问题易于求解.

11、A

【解析】

先将除 A, B 以外的两人先排, 再将 A, B 在 3 个空位置里进行插空, 再相乘得答案.

【详解】

先将除 A, B 以外的两人先排, 有 $A_2^2 = 2$ 种; 再将 A, B 在 3 个空位置里进行插空, 有 $A_3^2 = 3 \times 2 = 6$ 种, 所以共有 $2 \times 6 = 12$ 种.

故选: A

【点睛】

本题考查排列中不相邻问题, 常用插空法, 属于基础题.

12、C

【解析】

①举反例, 如直线 x, y, z 位于正方体的三条共点棱时 ②用垂直于同一平面的两直线平行判断. ③用垂直于同一直线的两平面平行判断. ④举例, 如 x, y, z 位于正方体的三个共点侧面时.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/998072121007006051>