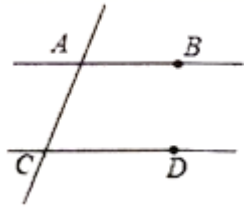
专题 1.18 平行线几何模型-M 模型（培优篇）（专项练习）

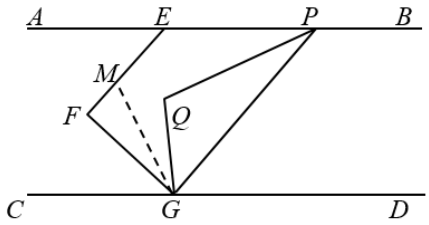
一、单选题

1．如图，已知直线 AB 、CD 被直线 AC 所截，$AB//CD$，E 是平面内任意一点（点 E 不在直线 AB 、CD 、AC 上），设 $\angle BAE=\alpha$，$\angle DCE=\beta$．下列各式：①$\alpha+\beta$，②$\alpha-\beta$，③$\beta-\alpha$，④$360°-\alpha-\beta$，$\angle AEC$ 的度数可能是（　　）



A．②③　　B．①④　　C．①③④　　D．①②③④

2．如图，$AB∥CD$，点 E，P 在直线 AB 上（P 在 E 的右侧），点 G 在直线 CD 上，$EF⊥FG$，垂足为 F，M 为线段 EF 上的一动点，连接 GP，GM，$\angle FGP$ 与$\angle APG$ 的角平分线交与点 Q，且点 Q 在直线 AB，CD 之间的区域，下列结论：①$\angle AEF+\angle CGF=90°$；②$\angle AEF+2\angle PQG=270°$；③若$\angle MGF=2\angle CGF$，则 $3\angle AEF+\angle MGC=270°$；④若$\angle MGF=n\angle CGF$，则$\angle AEF+\frac{1}{n+1}\angle MGC=90°$．正确的个数是（　　）



A．4　　B．3　　C．2　　D．1

二、解答题

3．（1）已知：如图 1，直线 AC∥BD，求证：∠APB=∠PAC+∠PBD；

（2）如图 2，如果点 P 在 AC 与 BD 之内，线段 AB 的左侧，其它条件不变，那么会有什么结果？并加以证明；

（3）如图 3，如果点 P 在 AC 与 BD 之外，其他条件不变，你发现的结果是_____（只写结果，不要证明）．

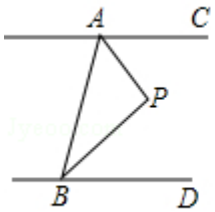


图1

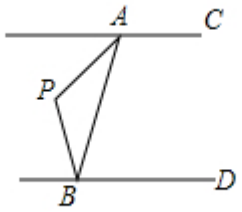


图2

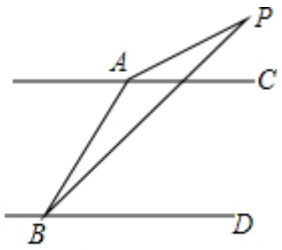


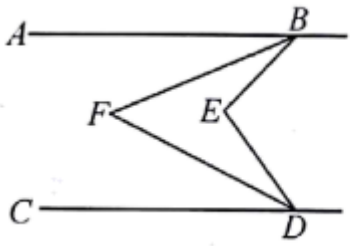
图3

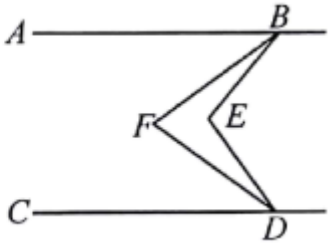
4．如图所示，$AB//CD$，E 是两直线内部一点.

（1）$\angle ABE$ 与 $\angle CDE$ 的平分线交于 F 点，探究 $\angle BED$ 和 $\angle BFD$ 之间的的数量关系.

（2）如图所示，$\angle FBE=\frac{1}{3}\angle ABE$，$\angle FDE=\frac{1}{3}\angle CDE$，$\angle BED$ 与 $\angle BFD$ 之间又有何数量关系？

（3）若 $\angle FBE=\frac{1}{n}\angle ABE$，$\angle FDE=\frac{1}{n}\angle CDE$，$\angle BED$ 与 $\angle BFD$ 之间又有又有何数量关系？





5．已知 $AB//CD$.

（1）如图 1，E 为 AB，CD 之间一点，连接 BE，DE，得到$\angle BED$．求证：$\angle BED=\angle B+\angle D$；

（2）如图，连接 AD，BC，BF 平分$\angle ABC$，DF 平分$\angle ADC$，且 BF，DF 所在的直线交于点 F.

①如图 2，当点 B 在点 A 的左侧时，若$\angle ABC=50°$，$\angle ADC=60°$，求$\angle BFD$ 的度数.

②如图 3，当点 B 在点 A 的右侧时，设$\angle ABC=\alpha$，$\angle ADC=\beta$，请你求出$\angle BFD$ 的度数.（用含有 α，β 的式子表示）

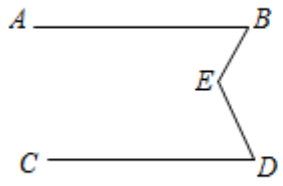


图1

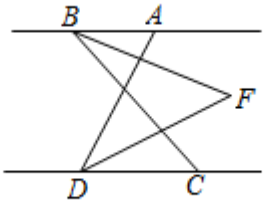


图2

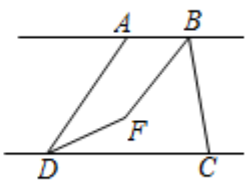


图3

6．综合与探究

（问题情境）

王老师组织同学们开展了探究三角之间数量关系的数学活动

（1）如图 1，$EF//MN$，点 A 、B 分别为直线 EF 、MN 上的一点，点 P 为平行线间一点，请直接写出 $\angle PAF$ 、$\angle PBN$ 和 $\angle APB$ 之间的数量关系；

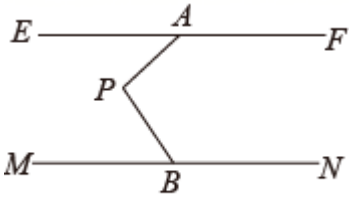


图1

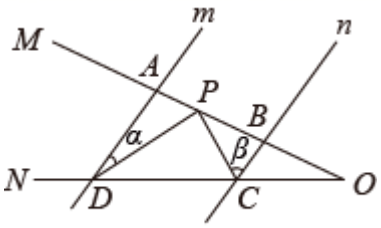
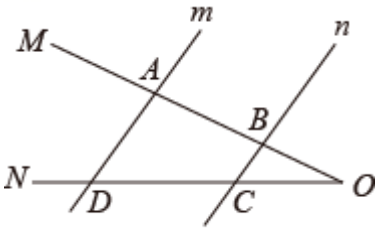
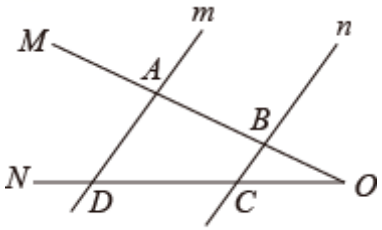


图2



备用图



备用图

（问题迁移）

（2）如图 2，射线 OM 与射线 ON 交于点 O，直线 $m//n$，直线 m 分别交 OM 、ON 于点 A 、D，直线 n 分别交 OM 、ON 于点 B 、C，点 P 在射线 OM 上运动，

①当点 P 在 A 、B（不与 A 、B 重合）两点之间运动时，设 $\angle ADP=\angle\alpha$，$\angle BCP=\angle\beta$．则 $\angle CPD$，$\angle\alpha$，$\angle\beta$ 之间有何数量关系？请说明理由．

②若点 P 不在线段 AB 上运动时（点 P 与点 A 、B 、O 三点都不重合），请你画出满足条件的所有图形并直接写出 $\angle CPD$，$\angle\alpha$，$\angle\beta$ 之间的数量关系．

7．已知，$AB \parallel CD$．点 M 在 AB 上，点 N 在 CD 上．

（1）如图 1 中，$\angle BME$、$\angle E$、$\angle END$ 的数量关系为：_____；（不需要证明）

如图 2 中，$\angle BMF$、$\angle F$、$\angle FND$ 的数量关系为：_____；（不需要证明）

（2）如图 3 中，NE 平分 $\angle FND$，MB 平分 $\angle FME$，且 $2\angle E+\angle F=180°$，求 $\angle FME$ 的度数；

（3）如图 4 中，$\angle BME=60°$，EF 平分 $\angle MEN$，NP 平分 $\angle END$，且 $EQ \parallel NP$，则 $\angle FEQ$ 的大小是否发生变化，若变化，请说明理由，若不变化，求出 $\angle FEQ$ 的度数．

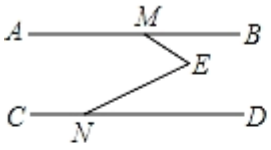


图1

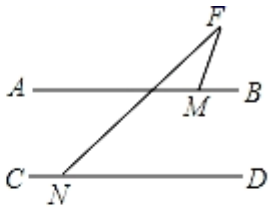


图2

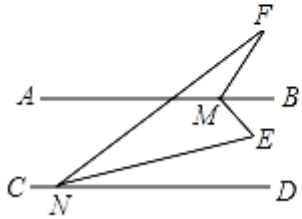


图3

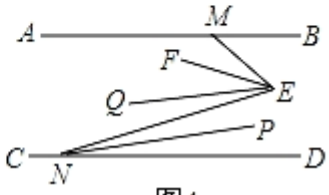
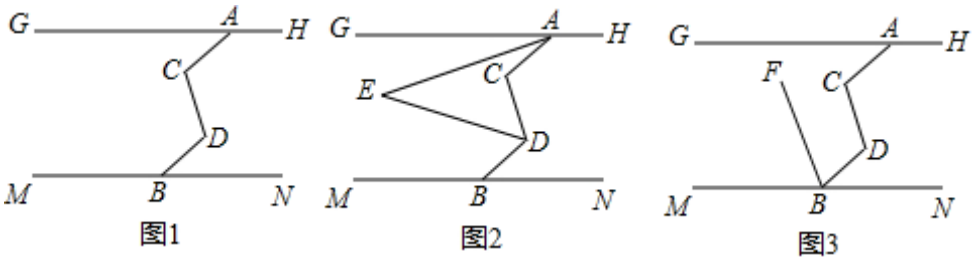


图4

8．如图 1，点 A 、 B 分别在直线 GH 、 MN 上，$\angle GAC=\angle NBD$ ，$\angle C=\angle D$.



（1）求证：$GH//MN$；（提示：可延长 AC 交 MN 于点 P 进行证明）

（2）如图 2，AE 平分 $\angle GAC$，DE 平分 $\angle BDC$，若 $\angle AED=\angle GAC$，求 $\angle GAC$ 与 $\angle ACD$ 之间的数量关系；

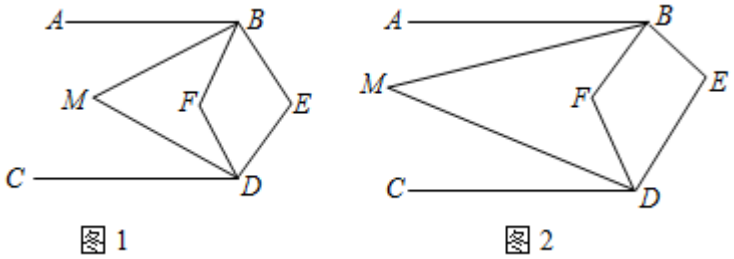
（3）在（2）的条件下，如图 3，BF 平分 $\angle DBM$，点 K 在射线 BF 上，$\angle KAG=\frac{1}{3}\angle GAC$，若 $\angle AKB=\angle ACD$，直接写出 $\angle GAC$ 的度数．

9．已知 $AB\parallel CD$，$\angle ABE$ 与 $\angle CDE$ 的角分线相交于点 F．

（1）如图 1，若 BM、DM 分别是 $\angle ABF$ 和 $\angle CDF$ 的角平分线，且 $\angle BED=100°$，求 $\angle M$ 的度数；

（2）如图 2，若 $\angle ABM=\frac{1}{3}\angle ABF$，$\angle CDM=\frac{1}{3}\angle CDF$，$\angle BED=\alpha°$，求 $\angle M$ 的度数；

（3）若 $\angle ABM=\frac{1}{n}\angle ABF$，$\angle CDM=\frac{1}{n}\angle CDF$，请直接写出 $\angle M$ 与 $\angle BED$ 之间的数量关系



10．已知直线 AM、CN 和点 B 在同一平面内，且 $AM\parallel CN$，$AB\perp BC$．

（1）如图 1，求 $\angle A$ 和 $\angle C$ 之间的数量关系；

（2）如图 2，若 $BD\perp AM$，垂足为 D，求证：$\angle ABD=\angle C$；

（3）如图 3，已知点 D、E、F 都在直线 AM 上，且 $\angle ABD=\angle NCB$，BF 平分 $\angle DBC$，BE 平分 $\angle ABD$．若 $\angle FCB+\angle NCF=180°$，$\angle BFC=3\angle DBE$，请直接写出 $\angle EBC$ 的度数．

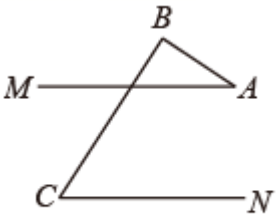


图1

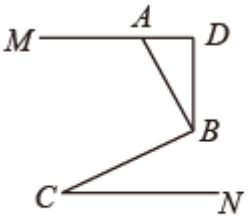


图2

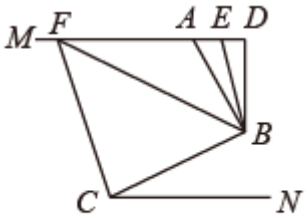


图3

11．已知 $AB\parallel CD$，线段 EF 分别与 AB，CD 相交于点 E，F．

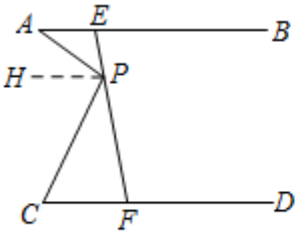


图1

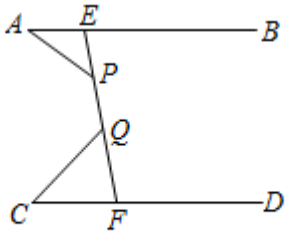


图2

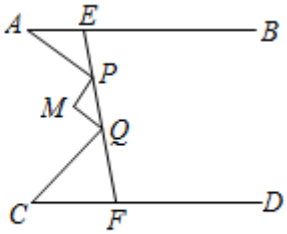


图3

（1）请在横线上填上合适的内容，完成下面的解答：

如图 1，当点 P 在线段 EF 上时，已知$\angle A=35°$，$\angle C=62°$，求$\angle APC$ 的度数；

解：过点 P 作直线 $PH\parallel AB$，

所以$\angle A=\angle APH$，依据是____；

因为 $AB\parallel CD$，$PH\parallel AB$，

所以 $PH\parallel CD$，依据是____；

所以$\angle C=$（____），

所以$\angle APC=$（____）+（____）$=\angle A+\angle C=97°$．

（2）当点 P，Q 在线段 EF 上移动时（不包括 E，F 两点）：

①如图 2，$\angle APQ+\angle PQC=\angle A+\angle C+180°$成立吗？请说明理由；

②如图 3，$\angle APM=2\angle MPQ$，$\angle CQM=2\angle MQP$，$\angle M+\angle MPQ+\angle PQM=180°$，请直接写出 $\angle M$，$\angle A$ 与$\angle C$ 的数量关系．

12．如图 1，直线 $AB // CD$，点 P 在两平行线之间，点 E 在 AB 上，点 F 在 CD 上，连接 PE，PF．

（1）若$\angle PEB=60°$，$\angle PFD=50°$，请求出$\angle EPF$．（请写出必要的步骤，并说明理由）

（2）如图 2，若点 P，Q 在直线 AB 与 CD 之间时，$\angle 1=30°$，$\angle 2=40°$，$\angle 3=70°$，请求出 $\angle 4=$_____．（不需说明理由，请直接写出答案）

（3）如图 3，在图 1 的基础上，作 P_1E 平分$\angle PEB$，P_1F 平分$\angle PFD$，若设$\angle PEB=x°$，$\angle PFD=y°$，则$\angle P_1=$_____（用含 x，y 的式子表示）．若 P_2E 平分$\angle P_1EB$，P_2F 平分$\angle P_1FD$，可得$\angle P_2$；P_3E 平分$\angle P_2EB$，P_3F 平分$\angle P_2FD$，可得$\angle P_3$…，依次平分下去，则$\angle P_n=$_____．（用含 x，y 的式子表示）

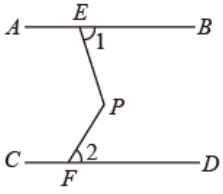


图1

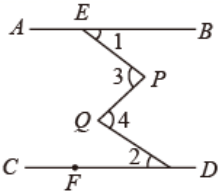


图2

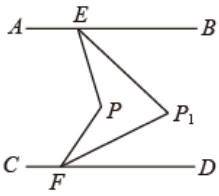


图3

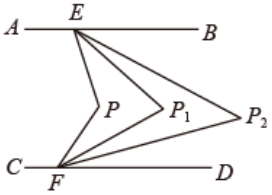


图4

13．如图 1，点 A 在直线 MN 上，点 B 在直线 ST 上，点 C 在 MN，ST 之间，且满足 $\angle MAC+\angle ACB+\angle SBC=360°$．

（1）证明：$MN//ST$；

（2）如图 2，若 $\angle ACB=60°$，$AD//CB$，点 E 在线段 BC 上，连接 AE，且 $\angle DAE=2\angle CBT$，试判断 $\angle CAE$ 与 $\angle CAN$ 的数量关系，并说明理由；

（3）如图 3，若 $\angle ACB=\frac{180°}{n}$（$n$ 为大于等于 2 的整数），点 E 在线段 BC 上，连接 AE，若 $\angle MAE=n\angle CBT$，则 $\angle CAE:\angle CAN=$_____.

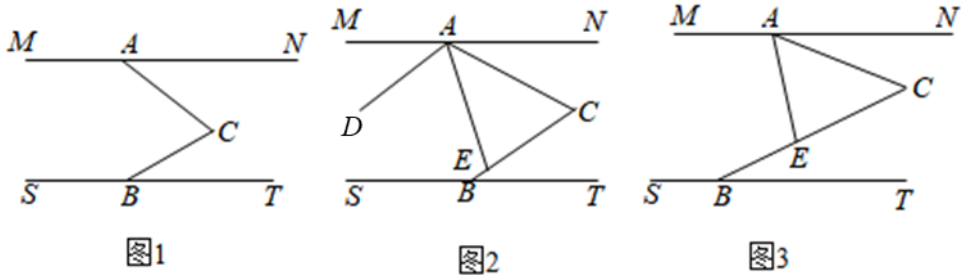


图1　　图2　　图3

14．如图，$MN//GH$，点 A、B 分别在直线 MN、GH 上，点 O 在直线 MN、GH 之间，若 $\angle NAO=116°$，$\angle OBH=144°$.

（1）$\angle AOB=$_____°；

（2）如图 2，点 C、D 是 $\angle NAO$、$\angle GBO$ 角平分线上的两点，且 $\angle CDB=35°$，求 $\angle ACD$ 的度数；

（3）如图 3，点 F 是平面上的一点，连结 FA、FB，E 是射线 FA 上的一点，若 $\angle MAE=n\angle OAE$，$\angle HBF=n\angle OBF$，且 $\angle AFB=60°$，求 n 的值.

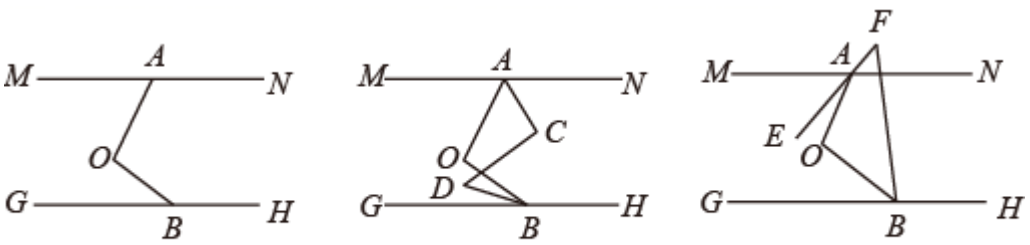


图1　　图2　　图3

15．如图 1，$AB//CD$，点 E、F 分别在 AB、CD 上，点 O 在直线 AB、CD 之间，且 $\angle EOF=100°$．

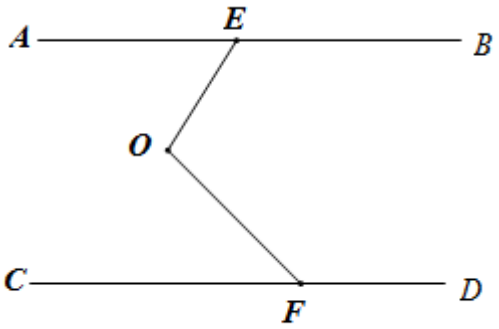


图1

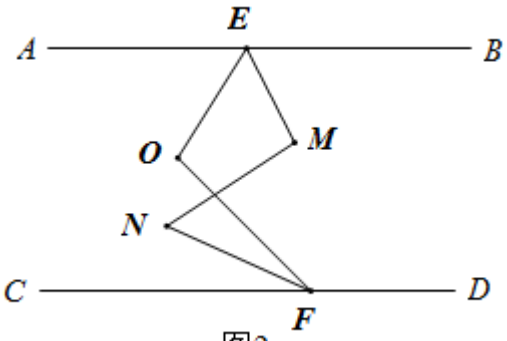


图2

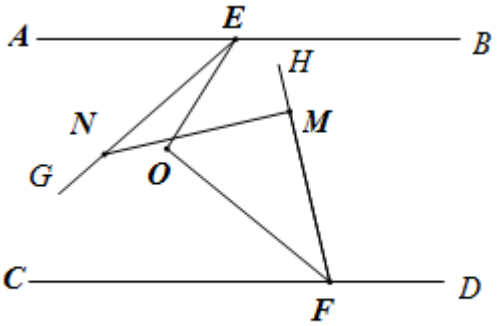


图3

（1）求 $\angle BEO+\angle OFD$ 的值；

（2）如图 2，直线 MN 分别交 $\angle BEO$、$\angle OFC$ 的角平分线于点 M、N，直接写出 $\angle EMN-\angle FNM$ 的值；

（3）如图 3，EG 在 $\angle AEO$ 内，$\angle AEG=m\angle OEG$；FH 在 $\angle DFO$ 内，$\angle DFH=m\angle OFH$，直线 MN 分别交 EG、FH 分别于点 M、N，且 $\angle FMN-\angle ENM=50°$，直接写出 m 的值．

16．已知，$AB\parallel CD$，点 E 在 CD 上，点 G，F 在 AB 上，点 H 在 AB，CD 之间，连接 FE，EH，HG，$\angle AGH=\angle FED$，$FE\perp HE$，垂足为 E．

（1）如图 1，求证：$HG \perp HE$；

（2）如图 2，GM 平分$\angle HGB$，EM 平分$\angle HED$，GM，EM 交于点 M，求证：$\angle GHE = 2\angle GME$；

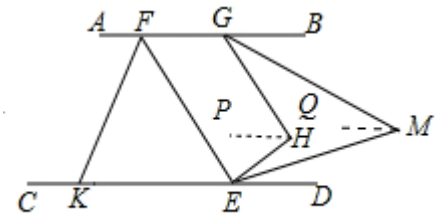


图3

（3）如图 3，在（2）的条件下，FK 平分$\angle AFE$ 交 CD 于点 K，若$\angle KFE$：$\angle MGH = 13$：5，求$\angle HED$ 的度数．

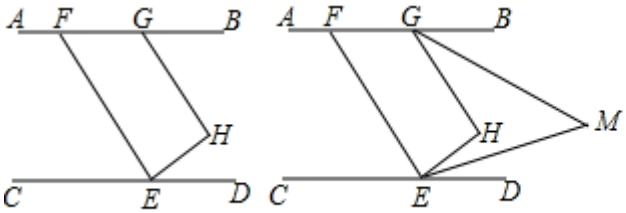


图1　图2　图3

17．已知 $AB//CD$，定点 E，F 分别在直线 AB，CD 上，在平行线 AB，CD 之间有一动点 P．

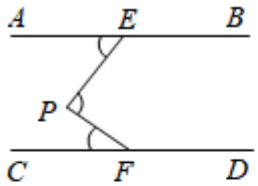
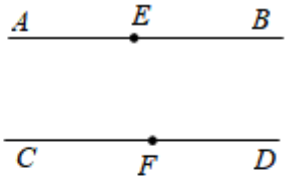
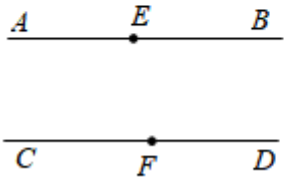


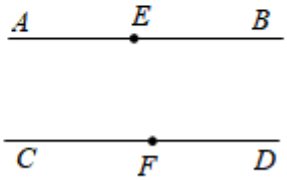
图1



备用图1



备用图2



备用图3

（1）如图 1 所示时，试问 $\angle AEP$，$\angle EPF$，$\angle PFC$ 满足怎样的数量关系?并说明理由．

（2）除了（1）的结论外，试问 $\angle AEP$，$\angle EPF$，$\angle PFC$ 还可能满足怎样的数量关系?请画图并证明

（3）当 $\angle EPF$ 满足 $0° < \angle EPF < 180°$，且 QE，QF 分别平分 $\angle PEB$ 和 $\angle PFD$，

①若 $\angle EPF=60°$，则 $\angle EQF=$_____°.

②猜想 $\angle EPF$ 与 $\angle EQF$ 的数量关系.（直接写出结论）

18．如图 1，由线段 AB,AM,CM,CD 组成的图形像英文字母 M，称为“M 形 $BAMCD$”.

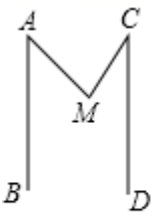


图1

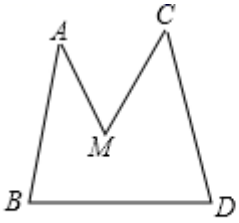


图2

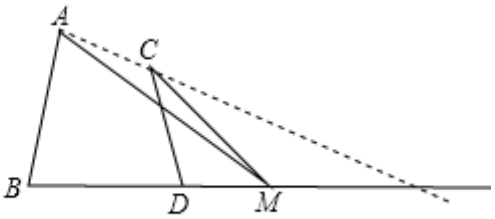


图3

（1）如图 1，M 形 $BAMCD$ 中，若 $AB//CD,\angle A+\angle C=50°$，则 $\angle M=$_____；

（2）如图 2，连接 M 形 $BAMCD$ 中 B,D 两点，若 $\angle B+\angle D=150°,\angle AMC=\alpha$，试探求 $\angle A$ 与 $\angle C$ 的数量关系，并说明理由；

（3）如图 3，在（2）的条件下，且 AC 的延长线与 BD 的延长线有交点，当点 M 在线段 BD 的延长线上从左向右移动的过程中，直接写出 $\angle A$ 与 $\angle C$ 所有可能的数量关系.

19．已知 $a//b$，直角 $\triangle ABC$ 的边与直线 a 分别相交于 O、G 两点，与直线 b 分别交于 E，F 点，且 $\angle ACB=90°$.

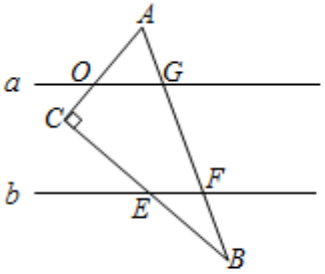


图 1

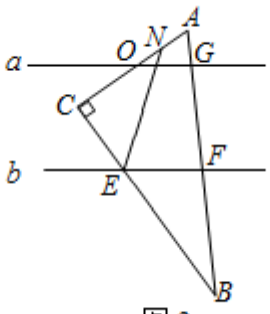


图 2

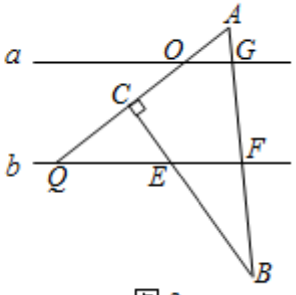


图 3

（1）将直角 $\triangle ABC$ 如图 1 位置摆放，如果 $\angle AOG=56°$，则 $\angle CEF=$_____；

（2）将直角 $\triangle ABC$ 如图 2 位置摆放，N 为 AC 上一点，$\angle NEF+\angle CEF=180°$，请写出 $\angle NEF$ 与 $\angle AOG$ 之间的等量关系，并说明理由；

（3）将直角 $\triangle ABC$ 如图 3 位置摆放，若 $\angle GOC=135°$，延长 AC 交直线 b 于点 Q，点 P 是射线 GF 上一动点，探究 $\angle POQ,\angle OPQ$ 与 $\angle PQF$ 的数量关系，请直接写出结论.

20．已知 $EM//BN$ ．

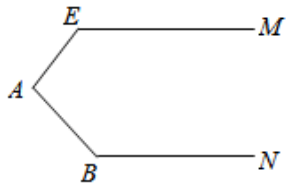


图1

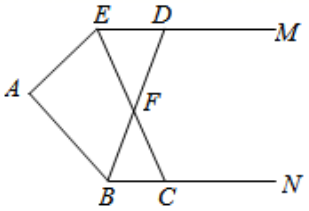


图2

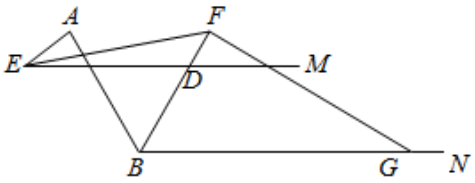


图3

（1）如图 1，求 $\angle E+\angle A+\angle B$ 的大小，并说明理由．

（2）如图 2，$\angle AEM$ 与 $\angle ABN$ 的角平分线相交于点 F ．

①若 $\angle A=120°$，$\angle AEM=140°$，则 $\angle EFD=$_____．

②试探究 $\angle EFD$ 与 $\angle A$ 的数量关系，并说明你的理由．

（3）如图 3，$\angle AEM$ 与 $\angle ABN$ 的角平分线相交于点 F，过点 F 作 $FG\perp BD$ 交 BN 于点 G，若 $4\angle A=3\angle EFG$，求 $\angle EFB$ 的度数．

21．为更好地理清平行线与相关角的关系，小明爸爸为他准备了四根细直木条 AB 、 BC，CD 、 DE，做成折线 $ABCDE$，如图 1，且在折点 B、C、D 处均可自由转出．

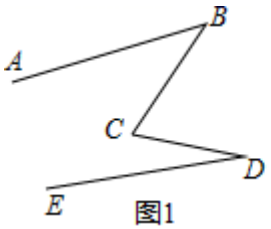


图1

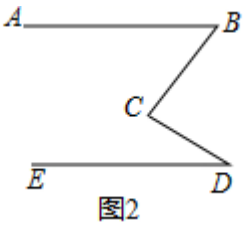


图2

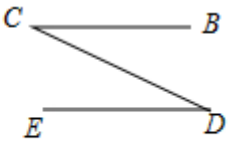


图3

（1）如图 2，小明将折线调节成 $\angle B=50°,\angle C=75°,\angle D=25°$，判别 AB 是否平行于 ED，并说明理由；

（2）如图 3，若 $\angle C=\angle D=25°$，调整线段 AB 、 BC 使得 $AB//CD$，求出此时ÐB 的度数，要求画出图形，并写出计算过程．

（3）若 $\angle C=85°,\angle D=25°,AB//DE$，求出此时ÐB 的度数，要求画出图形，直接写出度数，

不要求计算过程.

22．如图 1，$AB//CD$，E 是 AB、CD 之间的一点.

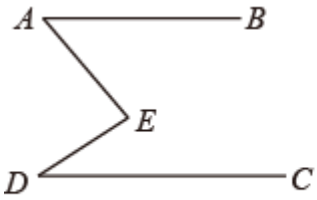


图1

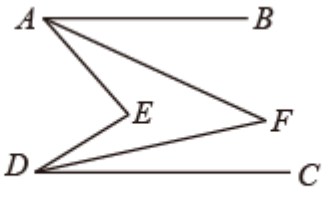


图2

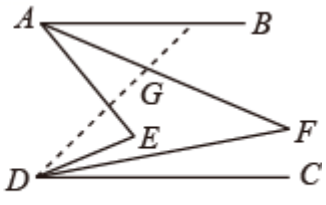


图3

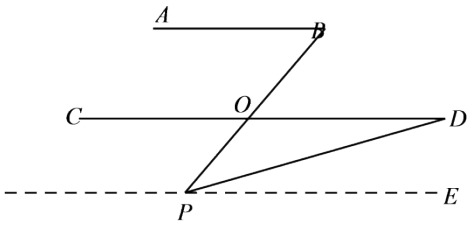
（1）判定 $\angle BAE$，$\angle CDE$ 与 $\angle AED$ 之间的数量关系，并证明你的结论；

（2）如图 2，若 $\angle BAE$、$\angle CDE$ 的两条平分线交于点 F．直接写出 $\angle AFD$ 与 $\angle AED$ 之间的数量关系；

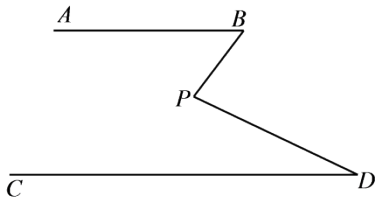
（3）将图 2 中的射线 DC 沿 DE 翻折交 AF 于点 G 得图 3，若 $\angle AGD$ 的余角等于 $2\angle E$ 的补角，求 $\angle BAE$ 的大小.

23．同一平面内的两条直线有相交和平行两种位置关系.

（1）如图 a，若 $AB//CD$，点 P 在 AB、CD 外部，我们过点 P 作 AB、CD 的平行线 PE，则有 $AB//CD//PE$，则 $\angle BPD$，$\eth B$，$\angle D$ 之间的数量关系为_____．将点 P 移到 AB、CD 内部，如图 b，以上结论是否成立？若成立，说明理由；若不成立，则 $\angle BPD$、$\eth B$、$\angle D$ 之间有何数量关系？请证明你的结论.



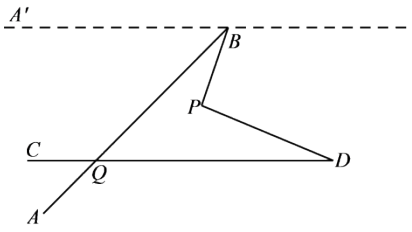
图a



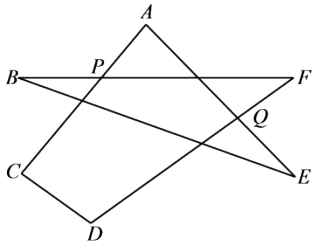
图b

（2）迎“$G20$”科技节上，小兰制作了一个“飞旋镖”，在图b中，将直线AB绕点B逆时针方向旋转一定角度交直线CD于点Q，如图c，他很想知道$\angle BPD$、$\angle ABP$、$\angle D$、$\angle BQD$之间的数量关系，请你直接写出它们之间的数量关系：_____.

（3）设BF交AC于点P，AE交DF于点Q，已知$\angle APB=126°$，$\angle AQF=100°$，直接写出$\angle B+\angle E+\angle F$的度数为_____度，$\angle A$比$\angle F$大_____度.



图c



图d

24．问题情境：如图1，$AB//CD$，$\angle PAB=128°$，$\angle PCD=124°$，求$\angle APC$的度数．小明的思路是过点P作$PE//AB$，通过平行线性质来求$\angle APC$.

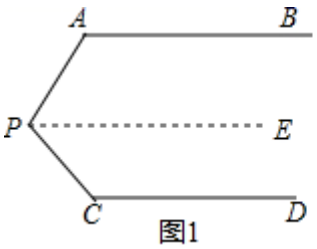


图1

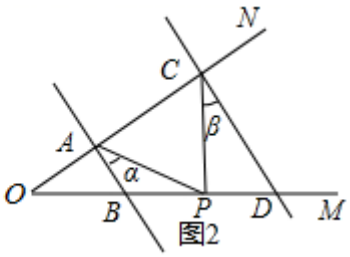


图2

（1）按照小明的思路，写出推算过程，求$\angle APC$的度数.

（2）问题迁移：如图 2，$AB//CD$，点P在射线OM上运动，记$\angle PAB=\alpha$，$\angle PCD=\beta$，当点P在B、D两点之间运动时，问$\angle APC$与α、β之间有何数量关系？请说明理由.

（3）在（2）的条件下，当点P在线段OB上时，请直接写出$\angle APC$与α、β之间的数量关系.

参考答案

1．D

【分析】

由题意根据点E有 6 种可能位置，分情况进行讨论，依据平行线的性质以及三角形外角性质进行计算求解即可.

【详解】

解：（1）如图 1，由 $AB\parallel CD$，可得$\angle AOC=\angle DCE_1=\beta$，

$\because\angle AOC=\angle BAE_1+\angle AE_1C$，

$\therefore\angle AE_1C=\beta-\alpha$.

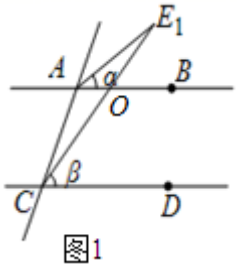


图1

（2）如图 2，过 E_2 作 AB 平行线，则由 $AB\parallel CD$，可得$\angle1=\angle BAE_2=\alpha$，$\angle2=\angle DCE_2=\beta$，

$\therefore\angle AE_2C=\alpha+\beta$.

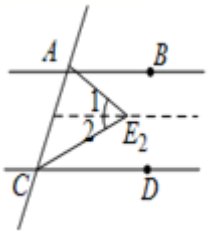


图2

（3）如图 3，由 $AB\parallel CD$，可得$\angle BOE_3=\angle DCE_3=\beta$，

$\because\angle BAE_3=\angle BOE_3+\angle AE_3C$，

$\therefore\angle AE_3C=\alpha-\beta$.

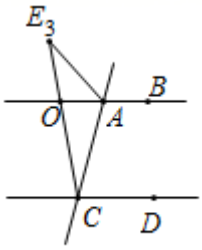


图3

（4）如图 4，由 $AB\parallel CD$，可得$\angle BAE_4+\angle AE_4C+\angle DCE_4=360°$，

$\therefore\angle AE_4C=360°-\alpha-\beta$.

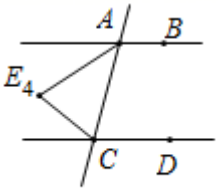


图4

（5）（6）当点 E 在 CD 的下方时，同理可得$\angle AEC=\alpha-\beta$ 或 $\beta-\alpha$.

综上所述，$\angle AEC$ 的度数可能为 $\beta-\alpha$，$\alpha+\beta$，$\alpha-\beta$，$360°-\alpha-\beta$，即①②③④.

故选：*D*.

【点拨】本题主要考查平行线的性质的运用，解题时注意两直线平行，同位角相等；两直线平行，内错角相等以及分类讨论.

2．A

【分析】

①过点 *F* 作 *FH*∥*AB*，利用平行线的性质以及已知即可证明；

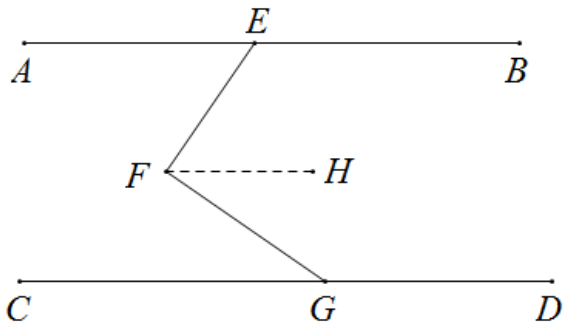
②利用角平分线的性质以及平行线的性质得到∠3=2∠2，∠*CGF*+2∠1+∠3=180°，结合①的结论即可证明；

③由已知得到∠*MGC*＝3∠*CGF*，结合①的结论即可证明；

④由已知得到∠*MGC*＝(*n*+1)∠*CGF*，结合①的结论即可证明.

【详解】

解：①过点 *F* 作 *FH*∥*AB*，如图：



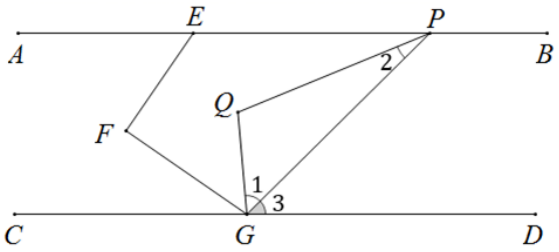
∵*AB*∥*CD*，∴*AB*∥*FH*∥*CD*，

∴∠*AEF*=∠*EFH*，∠*CGF*=∠*GFH*，

∵*EF*⊥*FG*，即∠*EFG*=∠*EFH*+∠*GFH*=90°，

∴∠*AEF*+∠*CGF*=90°，故①正确；

②∵*AB*∥*CD*，*PQ* 平分∠*APG*，*GQ* 平分∠*FGP*，



∴∠*APQ*=∠2，∠*FGQ*=∠1，

∴∠3=∠*APQ*+∠2=2∠2，

∠*CGF*+∠*FGQ*+∠1+∠3=∠*CGF*+2∠1+∠3=180°，

即 2∠1=180°-2∠2-∠*CGF*，

∴2∠2+2∠1=180°-∠*CGF*，

∵∠*PQG*=180°-(∠2+∠1)，

∴2∠*PQG*=360°-2(∠2+∠1)= 360°-(180°-∠*CGF*)= 180°+∠*CGF*，

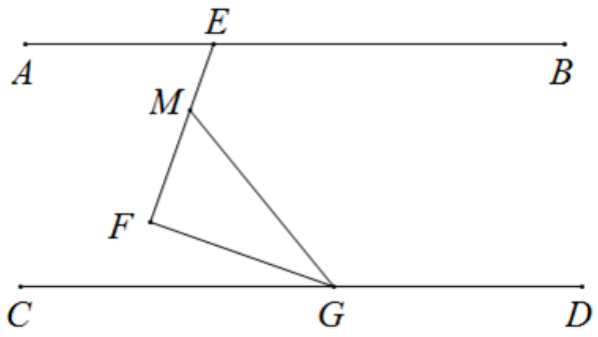
∴∠*AEF*+2∠*PQG*=∠*AEF*+180°+∠*CGF*=180°+90°=270°，故②正确；

③∵∠*MGF*＝2∠*CGF*，

∴∠*MGC*＝3∠*CGF*，

∴3∠*AEF*+∠*MGC*＝3∠*AEF*+3∠*CGF*＝3(∠*AEF*+∠*CGF*)= 3×90°＝270°；

3∠*AEF*+∠*MGC*＝270°，故③正确；



④∵∠*MGF*＝*n*∠*CGF*，

∴∠*MGC*＝(*n*+1)∠*CGF*，即∠*CGF*=$\frac{1}{n+1}$∠*MGC*，

∵∠*AEF*+∠*CGF*=90°，

∴∠*AEF*+$\frac{1}{n+1}$∠*MGC*＝90°，故④正确．

综上，①②③④都正确，共 4 个，

故选：A．

【点拨】本题主要考查了平行线的性质，角平分线的定义等知识点，作辅助线求得∠*AEF*+∠*CGF*=90°，是解此题的关键．

3．（1）见解析；（2）∠APB+∠PBD+∠PAC=360°，证明见解析；（3）∠APB=∠PBD﹣∠PAC．

【分析】

（1）过 P 作 PM∥AC，根据平行线的性质得出∠1=∠PAC，∠2=∠PBD，即可得出答案；

（2）过 P 作 PM∥AC，根据平行线的性质得出∠1+∠PAC=180°，∠2+∠PBD=180°，相加即可；

（3）过 P 作 PM∥AC，根据平行线的性质得出∠MPA=∠PAC，∠MPB=∠PBD，即可得出答案.

【详解】

解：（1）证明：

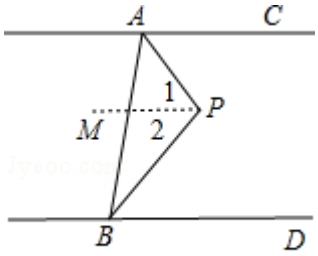


图1

如图 1，过 P 作 PM∥AC， ∵AC∥BD， ∴AC∥BD∥PM，

∴∠1=∠PAC，∠2=∠PBD， ∴∠APB=∠1+∠2=∠PAC+∠PBD

（2）∠APB+∠PBD+∠PAC=360°，

证明：如图 2，

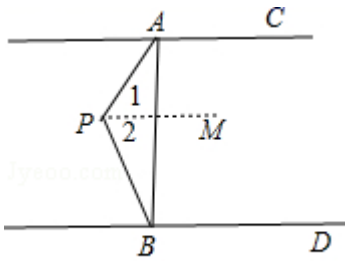


图2

过 P 作 PM∥AC， ∵AC∥BD， ∴AC∥BD∥PM，

∴∠1+∠PAC=180°，∠2+∠PBD=180°， ∴∠1+∠PAC+∠2+∠PBD=360°， 即∠APB+∠PBD+∠PAC=360°；

（3）∠APB=∠PBD﹣∠PAC，

证明：过 P 作 PM∥AC，如图 3，

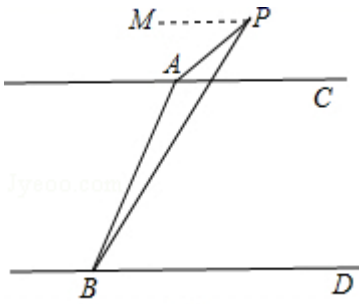


图3

∵AC∥BD，　∴AC∥BD∥PM，

∴∠MPA=∠PAC，∠MPB=∠PBD，　∴∠APB=∠MPB﹣∠MPA=∠PBD﹣∠PAC，

∴∠APB=∠PBD﹣∠PAC.

4．（1）$\angle BED=2\angle BFD$；　（2）$\angle BED=\frac{3}{2}\angle BFD$；（3）$\angle BED=\frac{n}{n-1}\angle BFD$.

【分析】

（1）根据题意，由侧 M 图 ABEDC 知 $\angle BED=\angle ABE+\angle CDE=2\angle ABF+2\angle CDF$，所以 $\angle BED=2\angle BFD$.

（2）解题思路和（1）相似；

（3）解题思路和（1）相似.

【详解】

（1）$\angle BED=2\angle BFD$.

侧 M 图 ABFDC 知 $\angle BFD=\angle ABF+\angle CDF$，由侧 M 图 ABEDC 知 $\angle BED=\angle ABE+\angle CDE=2\angle ABF+2\angle CDF$，所以 $\angle BED=2\angle BFD$.

（2）$\angle BED=\frac{3}{2}\angle BFD$.

侧 M 图 ABFDC 知 $\angle BFD=\angle ABF+\angle CDF$，

因为 $\angle FBE=\frac{1}{3}\angle ABE$，$\angle FDE=\frac{1}{3}\angle CDE$，

所以 $\angle ABF=\frac{2}{3}\angle ABE$，$\angle CDF=\frac{2}{3}\angle EDC$，

由侧 M 图 ABEDC 知 $\angle BED=\angle ABE+\angle CDE=\frac{3}{2}\angle ABF+\frac{3}{2}\angle CDF$，所以 $\angle BED=\frac{3}{2}\angle BFD$.

（3）$\angle BED=\frac{n}{n-1}\angle BFD$.

侧 M 图 ABFDC 知 $\angle BFD=\angle ABF+\angle CDF$，

因为 $\angle FBE=\frac{1}{n}\angle ABE$ ， $\angle FDE=\frac{1}{n}\angle CDE$ ，

所以 $\angle ABF=\frac{n-1}{n}\angle ABE$， $\angle CDF=\frac{n-1}{n}\angle EDC$ ，

由侧 M 图 ABEDC 知 $\angle BED=\angle ABE+\angle CDE=\frac{n}{n-1}\angle ABF+\frac{n}{n-1}\angle CDF$ ，所以

$\angle BED=\frac{n}{n-1}\angle BFD$.

【点拨】本题考查平行线的性质，解题的关键是熟悉并掌握平行线的性质，题目难度一般.

5．（1）见解析；（2）55°；（3）$180°-\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{2}\beta$

【分析】

（1）根据平行线的判定定理与性质定理解答即可；

（2）①如图2，过点 F 作 $FE//AB$，当点 B 在点 A 的左侧时，根据 $\angle ABC=50°$， $\angle ADC=60°$，根据平行线的性质及角平分线的定义即可求 $\angle BFD$ 的度数；

②如图 3，过点 F 作 $EF//AB$，当点 B 在点 A 的右侧时， $\angle ABC=\alpha$， $\angle ADC=\beta$，根据平行线的性质及角平分线的定义即可求出 $\angle BFD$ 的度数.

【详解】

解：（1）如图 1，过点 E 作 $EF//AB$，

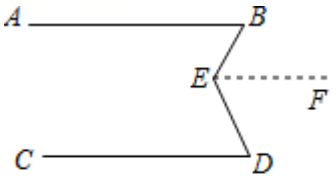


图1

则有 $\angle BEF=\angle B$，

$\because AB//CD$，

$\therefore EF//CD$，

$\therefore \angle FED=\angle D$，

$\therefore \angle BED=\angle BEF+\angle FED=\angle B+\angle D$；

（2）①如图 2，过点 F 作 $FE//AB$，

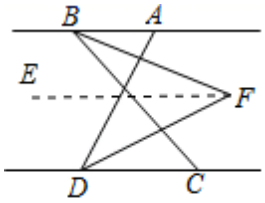


图2

有 $\angle BFE=\angle FBA$.

$\because AB//CD$,

$\therefore EF//CD$.

$\therefore \angle EFD=\angle FDC$.

$\therefore \angle BFE+\angle EFD=\angle FBA+\angle FDC$.

即 $\angle BFD=\angle FBA+\angle FDC$,

$\because BF$ 平分 $\angle ABC$, DF 平分 $\angle ADC$,

$\therefore \angle FBA=\frac{1}{2}\angle ABC=25°$, $\angle FDC=\frac{1}{2}\angle ADC=30°$,

$\therefore \angle BFD=\angle FBA+\angle FDC=55°$.

答： $\angle BFD$ 的度数为 $55°$;

②如图 3，过点 F 作 $FE//AB$,

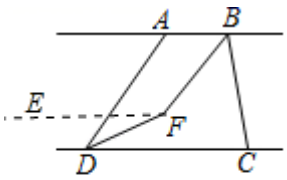


图3

有 $\angle BFE+\angle FBA=180°$.

$\therefore \angle BFE=180°-\angle FBA$,

$\because AB//CD$,

$\therefore EF//CD$.

$\therefore \angle EFD=\angle FDC$.

$\therefore \angle BFE+\angle EFD=180°-\angle FBA+\angle FDC$.

即 $\angle BFD=180°-\angle FBA+\angle FDC$,

$\because BF$ 平分 $\angle ABC$, DF 平分 $\angle ADC$,

$\therefore \angle FBA=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\alpha$, $\angle FDC=\frac{1}{2}\angle ADC=\frac{1}{2}\beta$,

$\therefore \angle BFD=180°-\angle FBA+\angle FDC=180°-\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{2}\beta$.

答： $\angle BFD$ 的度数为 $180°-\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{2}\beta$.

【点拨】本题考查了平行线的判定与性质，解决本题的关键是熟练掌握平行线的判定与性质.

6．（1）$\angle PAF+\angle PBN+\angle APB=360°$；（2）①$\angle CPD=\angle\alpha+\angle\beta$，理由见解析；②图见解析，$\angle CPD=\angle\beta-\angle\alpha$ 或 $\angle CPD=\angle\alpha-\angle\beta$

【分析】

（1）作 $PQ\parallel EF$，由平行线的性质，即可得到答案；

（2）①过 P 作 $PE//AD$ 交 CD 于 E，由平行线的性质，得到 $\angle\alpha=\angle DPE$，$\angle\beta=\angle CPE$，即可得到答案；

②根据题意，可对点 P 进行分类讨论：当点 P 在 BA 延长线时；当 P 在 BO 之间时；与①同理，利用平行线的性质，即可求出答案．

【详解】

解：（1）作 $PQ\parallel EF$，如图：

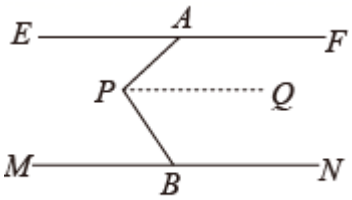


图1

$\because EF//MN$，

$\therefore EF//MN//PQ$，

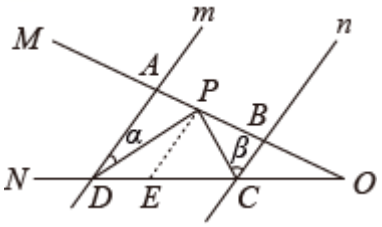
$\therefore\angle PAF+\angle APQ=180°$，$\angle PBN+\angle BPQ=180°$，

$\because\angle APB=\angle APQ+\angle BPQ$

$\therefore\angle PAF+\angle PBN+\angle APB=360°$；

（2）①$\angle CPD=\angle\alpha+\angle\beta$；

理由如下：如图，



过 P 作 $PE//AD$ 交 CD 于 E，

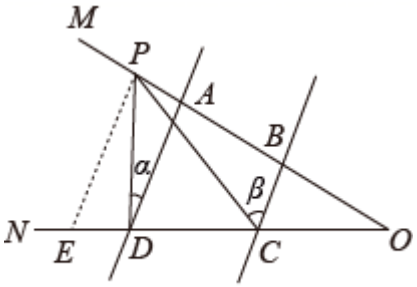
$\because AD//BC$，

$\therefore AD//PE//BC$，

$\therefore\angle\alpha=\angle DPE$，$\angle\beta=\angle CPE$，

$\therefore\angle CPD=\angle DPE+\angle CPE=\angle\alpha+\angle\beta$；

②当点 P 在 BA 延长线时，如备用图 1：



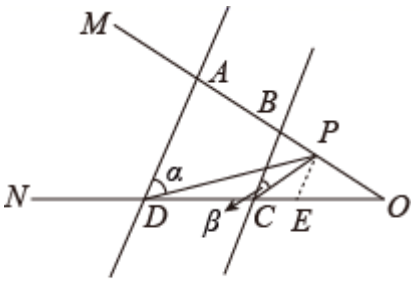
备用图1

∵$PE\parallel AD\parallel BC$，

∴$\angle EPC=\beta$，$\angle EPD=\alpha$，

∴$\angle CPD=\angle\beta-\angle\alpha$；

当 P 在 BO 之间时，如备用图 2：



备用图2

∵$PE\parallel AD\parallel BC$，

∴$\angle EPD=\alpha$，$\angle CPE=\beta$，

∴$\angle CPD=\angle\alpha-\angle\beta$.

【点拨】本题考查了平行线的性质，解题的关键是熟练掌握两直线平行同旁内角互补，两直线平行内错角相等，从而得到角的关系.

7.（1）$\angle BME=\angle MEN-\angle END$；$\angle BMF=\angle MFN+\angle FND$；（2）120°；（3）不变，30°

【分析】

（1）过 E 作 $EH\parallel AB$，易得 $EH\parallel AB\parallel CD$，根据平行线的性质可求解；过 F 作 $FH\parallel AB$，易得 $FH\parallel AB\parallel CD$，根据平行线的性质可求解；

（2）根据（1）的结论及角平分线的定义可得 $2(\angle BME+\angle END)+\angle BMF-\angle FND=180°$，可求解 $\angle BMF=60°$，进而可求解；

（3）根据平行线的性质及角平分线的定义可推知 $\angle FEQ=\frac{1}{2}\angle BME$，进而可求解.

【详解】

解：（1）过 E 作 $EH\parallel AB$，如图 1，

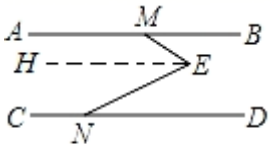


图1

$\therefore\angle BME=\angle MEH$，

$\because AB\parallel CD$，

$\therefore HE\parallel CD$，

$\therefore\angle END=\angle HEN$，

$\therefore\angle MEN=\angle MEH+\angle HEN=\angle BME+\angle END$，

即$\angle BME=\angle MEN-\angle END$.

如图 2，过 F 作 $FH\parallel AB$，

$\therefore\angle BMF=\angle MFK$，

$\because AB\parallel CD$，

$\therefore FH\parallel CD$，

$\therefore\angle FND=\angle KFN$，

$\therefore\angle MFN=\angle MFK-\angle KFN=\angle BMF-\angle FND$，

即：$\angle BMF=\angle MFN+\angle FND$.

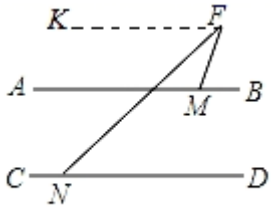


图2

故答案为$\angle BME=\angle MEN-\angle END$；$\angle BMF=\angle MFN+\angle FND$.

（2）由（1）得$\angle BME=\angle MEN-\angle END$；$\angle BMF=\angle MFN+\angle FND$.

$\because NE$ 平分$\angle FND$，MB 平分$\angle FME$，

$\therefore\angle FME=\angle BME+\angle BMF$，$\angle FND=\angle FNE+\angle END$，

$\because 2\angle MEN+\angle MFN=180°$，

$\therefore 2(\angle BME+\angle END)+\angle BMF-\angle FND=180°$，

$\therefore 2\angle BME+2\angle END+\angle BMF-\angle FND=180°$，

即 $2\angle BMF+\angle FND+\angle BMF-\angle FND=180°$，

解得$\angle BMF=60°$，

$\therefore\angle FME=2\angle BMF=120°$；

（3）$\angle FEQ$ 的大小没发生变化，$\angle FEQ=30°$.

由（1）知：$\angle MEN=\angle BME+\angle END$，

$\because EF$ 平分$\angle MEN$，NP 平分$\angle END$，

$\therefore\angle FEN=\frac{1}{2}\angle MEN=\frac{1}{2}$（$\angle BME+\angle END$），$\angle ENP=\frac{1}{2}\angle END$，

$\because EQ\parallel NP$，

$\therefore\angle NEQ=\angle ENP$，

$\therefore\angle FEQ=\angle FEN-\angle NEQ=\frac{1}{2}$（$\angle BME+\angle END$）$-\frac{1}{2}\angle END=\frac{1}{2}\angle BME$，

$\because\angle BME=60°$，

$\therefore\angle FEQ=\frac{1}{2}\times60°=30°$.

【点拨】本题主要考查平行线的性质及角平分线的定义，作平行线的辅助线是解题的关键.

8.（1）见解析；（2）$\angle ACD=3\angle GAC$，见解析；（3）$\left(\frac{540}{19}\right)^{\circ}$ 或$\left(\frac{540}{23}\right)^{\circ}$.

【分析】

（1）根据平行线的判定与性质求证即可；

（2）根据三角形的内角和为 180°和平角定义得到$\angle AQD=\angle E+\angle EAQ$，结合平行线的性质得到$\angle BDQ=\angle E+\angle EAQ$，再根据角平分线的定义证得$\angle CDB=2\angle E+\angle GAC$，结合已知即可得出结论；

（3）分当 K 在直线 GH 下方和当 K 在直线 GH 上方两种情况，根据平行线性质、三角形外角性质、角平分线定义求解即可.

【详解】

解：（1）如图 1，延长 AC 交 MN 于点 P，

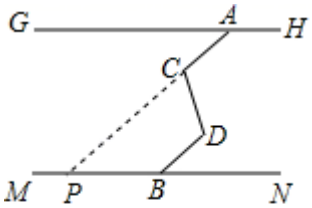


图1

$\because \angle ACD = \angle C$，

$\therefore AP // BD$，

$\therefore \angle NBD = \angle NPA$，

$\because \angle GAC = \angle NBD$，

$\therefore \angle GAC = \angle NPA$，

$\therefore GH // MN$；

（2）延长 AC 交 MN 于点 P，交 DE 于点 Q，

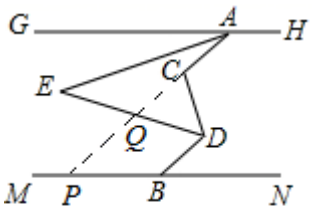


图2

$\because \angle E + \angle EAQ + \angle AQE = 180°$，$\angle AQE + \angle AQD = 180°$，

$\therefore \angle AQD = \angle E + \angle EAQ$，

$\because AP // BD$，

$\therefore \angle AQD = \angle BDQ$，

$\therefore \angle BDQ = \angle E + \angle EAQ$，

$\because AE$ 平分 $\angle GAC$，DE 平分 $\angle BDC$，

$\therefore \angle GAC = 2\angle EAQ$，$\angle CDB = 2\angle BDQ$，

$\therefore \angle CDB = 2\angle E + \angle GAC$，

$\because \angle AED = \angle GAC$，$\angle ACD = \angle CDB$，

$\therefore \angle ACD = 2\angle GAC + \angle GAC = 3\angle GAC$；

（3）当 K 在直线 GH 下方时，如图，设射线 BF 交 GH 于 I，

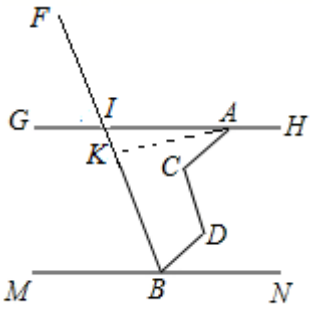


图3

$\because GH//MN$，

$\therefore \angle AIB=\angle FBM$，

$\because BF$ 平分 $\angle MBD$，

$\therefore \angle DBF=\angle FBM=\frac{1}{2}(180°-\angle DBN)$，

$\therefore \angle AIB=\angle DBF$，

$\because \angle AIB+\angle KAG=\angle AKB$，$\angle AKB=\angle ACD$，

$\therefore \angle ACD=\angle DBF+\angle KAG$，

$\because \angle KAG=\frac{1}{3}\angle GAC$，$\angle GAC=\angle NBD$，

$\therefore \frac{1}{3}\angle GAC+\frac{1}{2}(180°-\angle DBN)=\angle ACD=3\angle GAC$，

即 $\frac{1}{3}\angle GAC+90°-\frac{1}{2}\angle GAC=3\angle GAC$，

解得：$\angle GAC=\left(\frac{540}{19}\right)^{\circ}$.

当 K 在直线 GH 上方时，如图，同理可证得 $\angle AIB=\frac{1}{2}(180°-\angle DBN)=\angle AKB+\angle KAG$，

则有 $3\angle GAC+\frac{1}{3}\angle GAC=\frac{1}{2}(180^{\circ}-\angle GAC)$，

解得：$\angle GAC=\left(\frac{540}{23}\right)^{\circ}$.

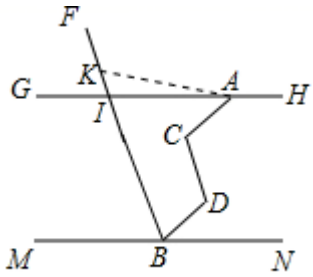


图3

综上，故答案为$\left(\frac{540}{19}\right)^{\circ}$或$\left(\frac{540}{23}\right)^{\circ}$.

【点拨】本题考查平行线的判定与性质、角平分线的定义、三角形的外角性质、三角形的内角和定理、平角定义、角度的运算，熟练掌握相关知识的联系与运用是解答的关键.

9.（1）65°；（2）$\frac{360°-\alpha°}{6}$；（3）$2n\angle M+\angle BED=360°$

【分析】

（1）首先作 $EG\parallel AB$，$FH\parallel AB$，连结 MF，利用平行线的性质可得$\angle ABE+\angle CDE=260°$，再利用角平分线的定义得到$\angle ABF+\angle CDF=130°$，从而得到$\angle BFD$ 的度数，再根据角平分线的定义和三角形外角的性质可求$\angle M$ 的度数；

（2）先由已知得到$\angle ABE=6\angle ABM$，$\angle CDE=6\angle CDM$，由（1）得$\angle ABE+\angle CDE=360°-\angle BED$，$\angle M=\angle ABM+\angle CDM$，等量代换即可求解；

（3）由（2）的方法可得到 $2n\angle M+\angle BED=360°$.

【详解】

解：（1）如图 1，作 $EG//AB$，$FH//AB$，连结 MF，

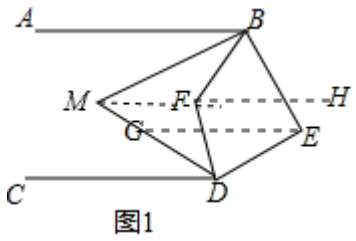


图1

$\because AB//CD$，

$\therefore EG//AB//FH//CD$，

$\therefore \angle ABF=\angle BFH$，$\angle CDF=\angle DFH$，$\angle ABE+\angle BEG=180°$，$\angle GED+\angle CDE=180°$，

$\therefore \angle ABE+\angle BEG+\angle GED+\angle CDE=360°$，

$\because \angle BED=\angle BEG+\angle DEG=100°$，

$\therefore \angle ABE+\angle CDE=260°$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/998122033040006054